basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2022

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye en 1 inligtingsblad.

Kopiereg voorbehou

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.

4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.

5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

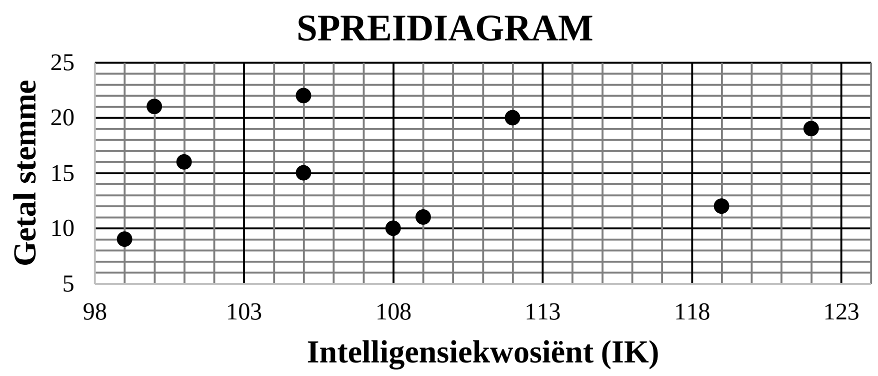
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die matriekklas van 'n sekere hoërskool moes vir die voorsitter van die VRL (verteenwoordigende raad van leerders) stem. Die spreidiagram hieronder toon die IK (intelligensiekwosiënt) van die 10 leerders wat die meeste stemme gekry het en die getal stemme wat hulle gekry het.



Voor die verkiesing is die gewildheid van elk van hierdie tien leerders bepaal en 'n gewildheidspunt (uit 100) is aan elkeen toegeken. Die gewildheidspunt en die getal stemme van dieselfde 10 leerders wat die meeste stemme gekry het, word in die tabel hieronder getoon.

Gewildheidspunt (x)	32	89	35	82	50	59	81	40	79	65
Getal stemme (y)	9	22	10	21	11	15	20	12	19	16

1.1 Bereken die:

1.1.1 Gemiddelde getal stemme wat hierdie 10 leerders gekry het (2)

1.1.2 Standaardafwyking van die getal stemme wat hierdie 10 leerders gekry het (1)

1.2 Die leerders wat minder stemme as een standaardafwyking onder die gemiddelde gekry het, is nie vir 'n onderhoud genooi nie. Hoeveel leerders is genooi? (2)

1.3 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn vir die data wat in die tabel gegee is. (3)

1.4 Voorspel die aantal stemme wat 'n leerder met 'n gewildheidspunt van 72 sal ontvang. (2)

1.5 Gebruik die spreidiagram en tabel hierbo om 'n rede te verskaf waarom:

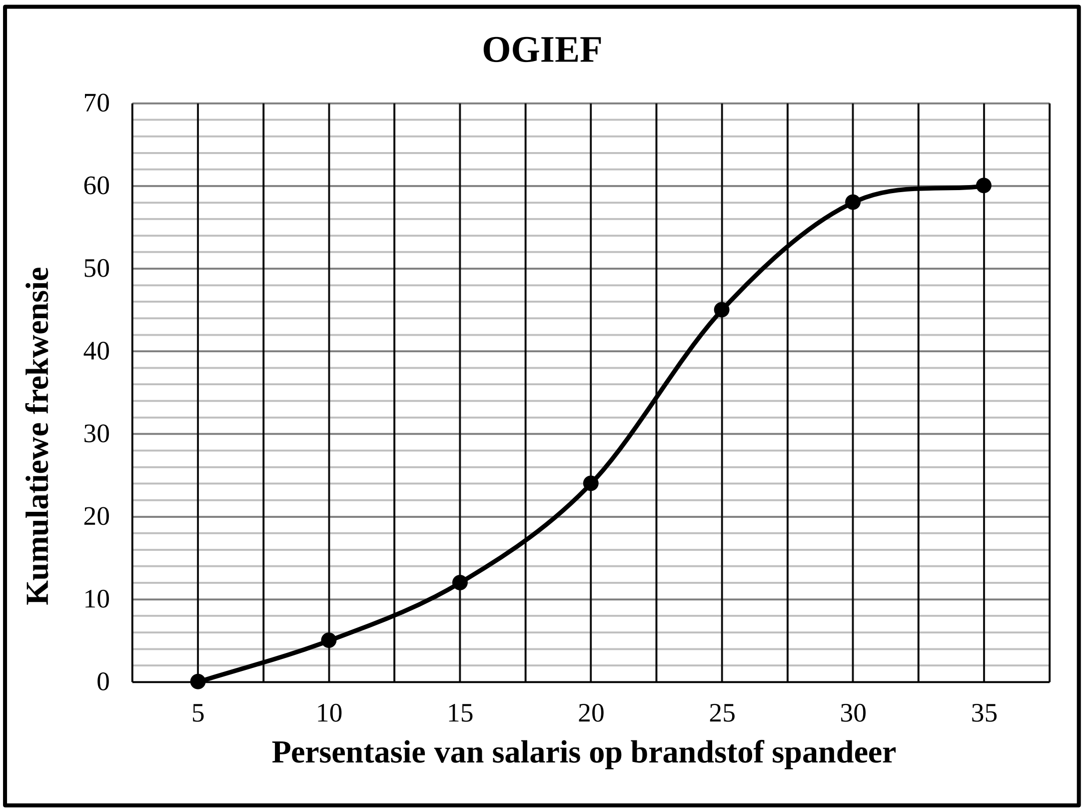
1.5.1 IK nie 'n goeie aanduider is van die aantal stemme wat 'n leerder kan ontvang nie (1)

1.5.2 Die voorspelling in VRAAG 1.4 betroubaar is (1)

[12]

VRAAG 2

'n Maatskappy het navorsing onder al hulle werknemers gedoen oor watter persentasie van hulle maandelikse salaris in 'n sekere maand aan brandstof spandeer is. Die data word in die ogief (kumulatiewe frekwensiegrafiek) hieronder voorgestel.



2.1 Hoeveel mense werk by hierdie maatskappy? (1)

2.2 Skryf die modale klas van die data neer. (1)

2.3 Hoeveel werknemers het meer as 22,5% van hulle maandelikse salaris aan brandstof spandeer? (2)

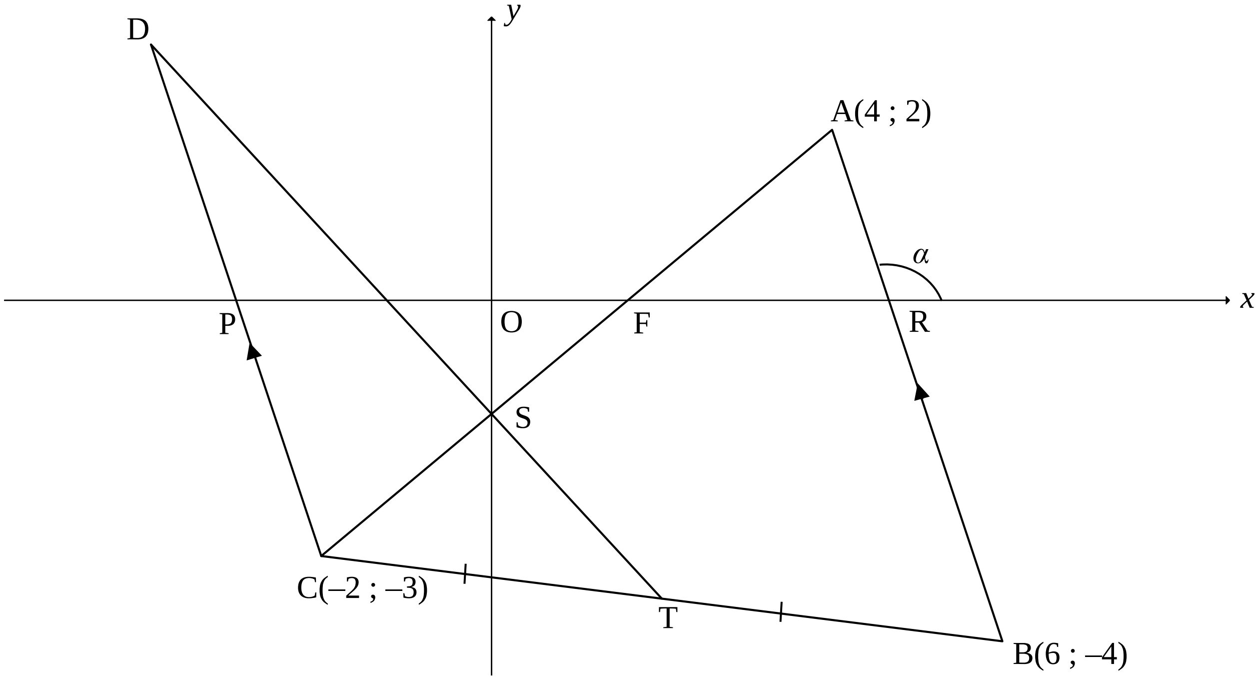
2.4 'n Werknemer het R2 400 van sy salaris aan brandstof in hierdie spesifieke maand spandeer. Bepaal die maandelikse salaris van hierdie werknemer indien hy 7% van sy salaris aan brandstof spandeer. (2)

2.5 Die maandelikse salarisse van hierdie werknemers bly konstant en die getal liter brandstof gebruik in elke maand bly ook konstant. Indien die brandstofprys aan die begin van die volgende maand van R21,43 per liter na R22,79 per liter styg, hoe sal die ogief hierbo verander? (2)

[8]

VRAAG 3

In die diagram is A(4 ; 2), B(6 ; –4) en C(–2 ; –3) hoekpunte van ΔABC. T is die middelpunt van CB. Die vergelyking van lyn AC is $5x-6y=8$. Die inklinasiehoek van AB is α. ΔDCT word getrek sodanig dat CD || BA. Die lyne AC en DT sny mekaar by S, die y-afsnit van AC. P, F en R is onderskeidelik die x-afsnitte van DC, AC en AB.



3.1 Bereken die:

3.1.1 Gradiënt van AB (2)

3.1.2 Grootte van α (2)

3.1.3 Koördinate van T (2)

3.1.4 Koördinate van S (2)

3.2 Bepaal die vergelyking van CD in die vorm $y = mx + c$. (3)

3.3 Bereken die:

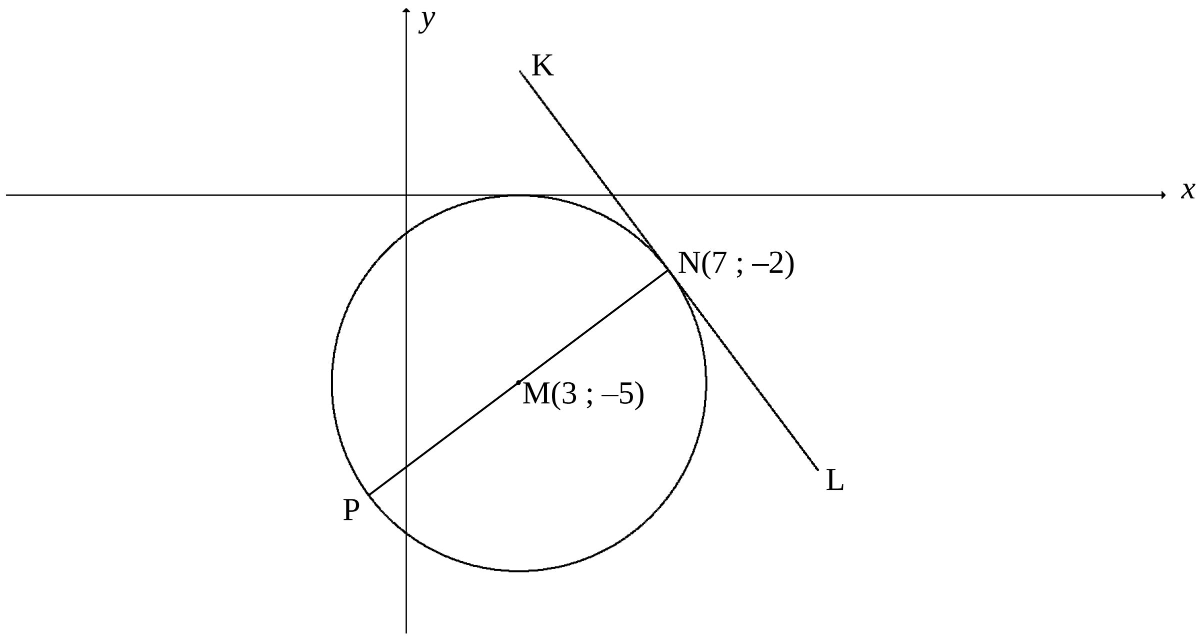
3.3.1 Grootte van $D\hat{C}A$ (4)

3.3.2 Oppervlakte van POSC (5)

[20]

VRAAG 4

In die diagram is M(3 ; –5) die middelpunt van die sirkel met middellyn PN. KL is 'n raaklyn aan die sirkel by N(7 ; –2).



4.1 Bereken die koördinate van P. (2)

4.2 Bepaal die vergelyking van:

4.2.1 Die sirkel in die vorm $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ (3)

4.2.2 KL in die vorm $y=mx+c$ (5)

4.3 Vir watter waardes van k sal $y=-\frac{4}{3}x+k$ 'n snylyn van die sirkel wees? (4)

4.4 Punte A(t ; t) en B word nie op die diagram getoon nie.

Vanaf punt A word 'n ander raaklyn aan die sirkel met middelpunt M getrek om by B te raak.

4.4.1 Toon dat die lengte van raaklyn AB gegee word deur $\sqrt{2t^2+4t+9}$. (2)

4.4.2 Bepaal die minimum lengte van AB. (4)

[20]

VRAAG 5

5.1 Gegee dat $\sqrt{13}\sin x + 3 = 0$, waar $x \in (0° ; 90°)$.

Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, bepaal die waarde van:

5.1.1 $\sin(360° + x)$ (2)

5.1.2 $\tan x$ (3)

5.1.3 $\cos(180° + x)$ (2)

5.2 Bepaal die waarde van die volgende uitdrukking, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**:

$$\frac{\cos(90° + \theta)}{\sin(\theta - 180°) + 3\sin(-\theta)}$$ (5)

5.3 Bepaal die algemene oplossing van die volgende vergelyking:

$$(\cos x + 2\sin x)(3\sin 2x - 1) = 0$$ (6)

5.4 Gegee die identiteit: $\cos(x + y).\cos(x - y) = 1 - \sin^2 x - \sin^2 y$

5.4.1 Bewys die identiteit. (4)

5.4.2 Bepaal vervolgens die waarde van $1 - \sin^2 45° - \sin^2 15°$, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**. (3)

5.5 Beskou die trigonometriese uitdrukking: $16\sin x.\cos^3 x - 8\sin x.\cos x$

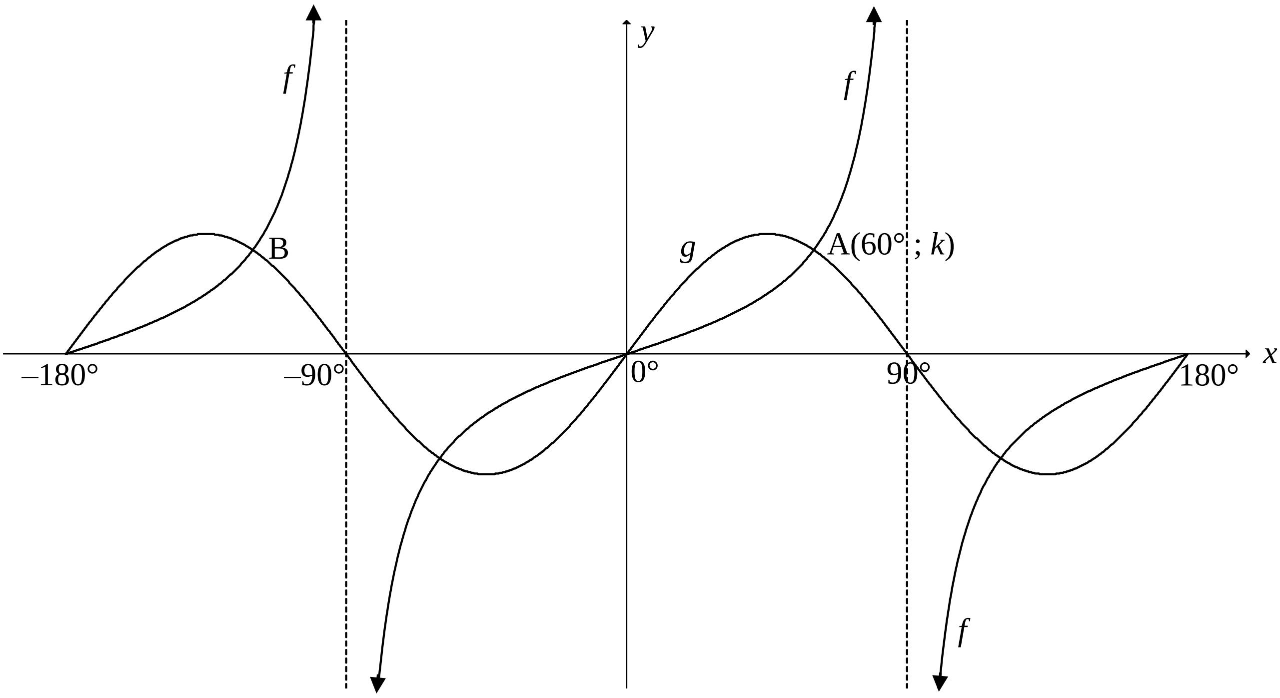
5.5.1 Herskryf die uitdrukking as 'n enkele trigonometriese verhouding. (4)

5.5.2 Vir watter waarde van x in die interval $x \in [0° ; 90°]$ sal $16\sin x.\cos^3 x - 8\sin x.\cos x$ 'n minimum waarde hê? (1)

[30]

VRAAG 6

In die diagram hieronder is die grafieke van $f(x) = \tan x$ en $g(x) = 2\sin 2x$ vir die interval $x \in [-180° ; 180°]$ geskets. A(60° ; k) en B is twee snypunte van f en g.



6.1 Skryf die periode van g neer. (1)

6.2 Bereken die:

6.2.1 Waarde van k (1)

6.2.2 Koördinate van B (1)

6.3 Skryf die waardeversameling van $2g(x)$ neer. (2)

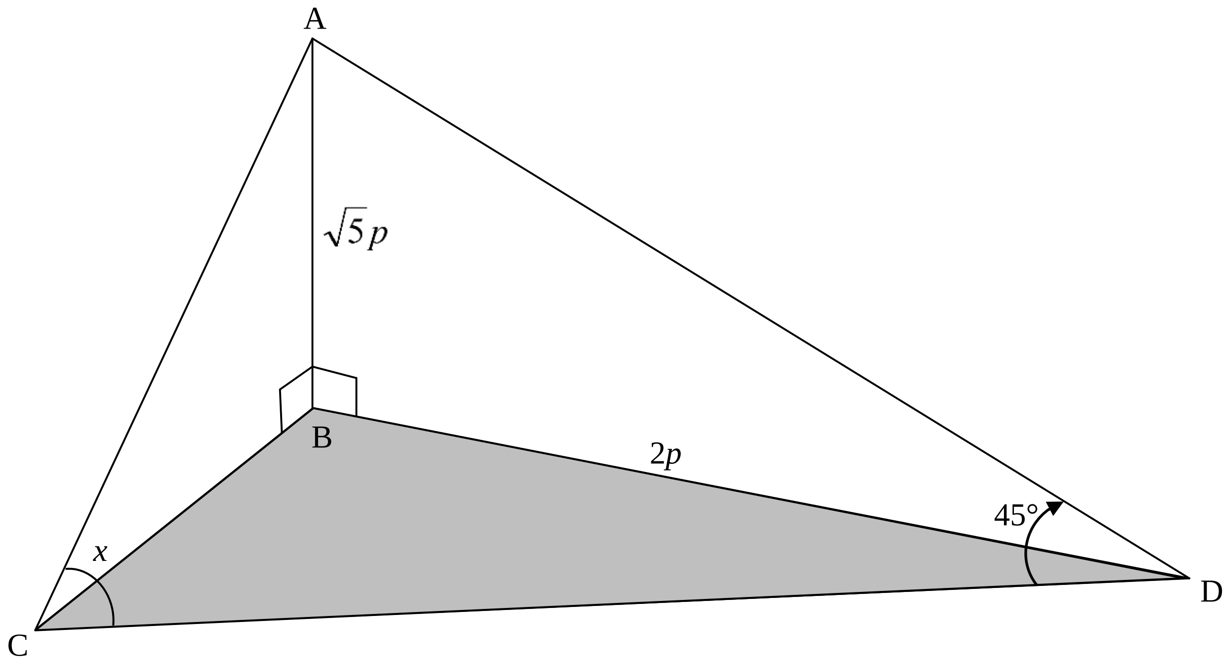
6.4 Vir watter waardes van x sal $g(x+5°) - f(x+5°) \leq 0$ in die interval $x \in [-90° ; 0°]$? (2)

6.5 Bepaal die waardes van p waarvoor $\sin x . \cos x = p$ presies twee reële wortels in die interval $x \in [-180° ; 180°]$ sal hê. (3)

[10]

VRAAG 7

AB is 'n vertikale vlagpaal wat $\sqrt{5}p$ meter lank is. AC en AD is twee kabels wat die vlagpaal anker. B, C en D is in dieselfde horisontale vlak.
BD = 2*p* meter, $A\hat{C}D = x$ en $A\hat{D}C = 45°$.



7.1 Bepaal die lengte van AD in terme van *p*. (2)

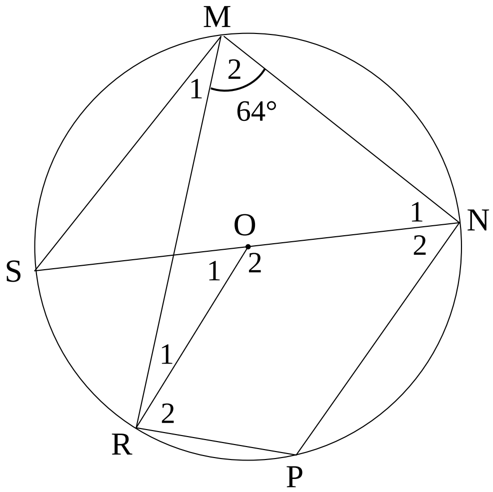
7.2 Toon dat die lengte van $CD = \dfrac{3p(\sin x + \cos x)}{\sqrt{2}\sin x}$. (5)

7.3 Indien dit verder gegee word dat *p* = 10 en *x* = 110°, bereken die oppervlakte van ΔADC. (3)

[10]

VRAAG 8

8.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel. MNPR is 'n koordevierhoek en SN is 'n middellyn van die sirkel. Koord MS en radius OR is getrek. $\hat{M}_2 = 64°$.



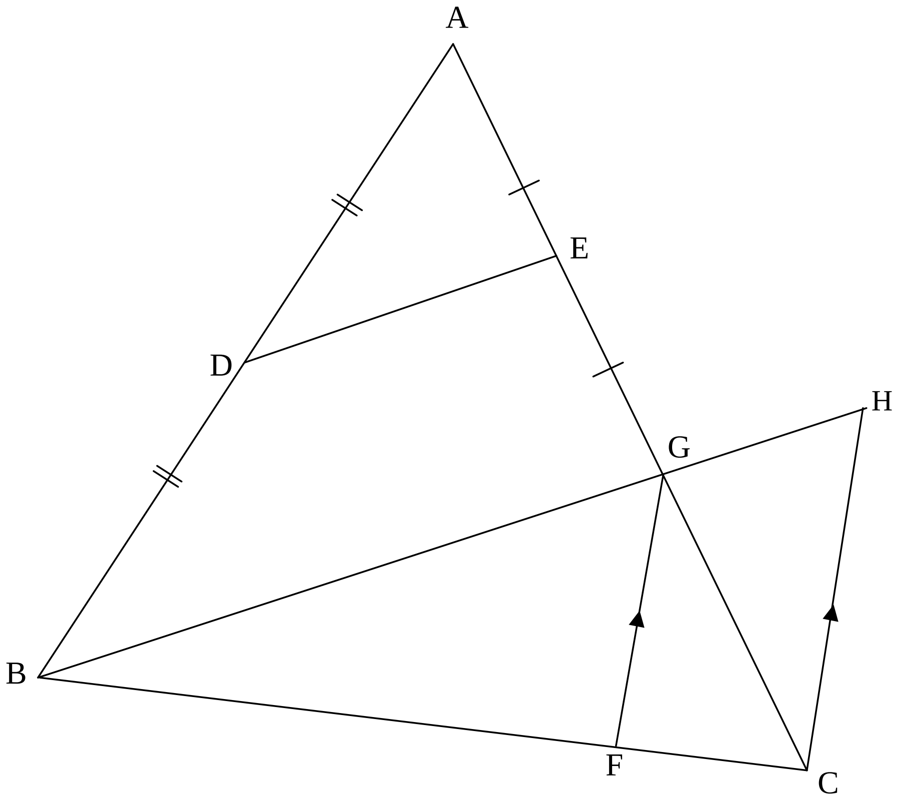
Bepaal, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

8.1.1 $\hat{P}$ (2)

8.1.2 $\hat{M}_1$ (2)

8.1.3 $\hat{O}_1$ (2)

8.2 In die diagram is ΔABG geskets. D en E is middelpunte van AB en AG onderskeidelik. AG en BG word na C en H onderskeidelik verleng. F is 'n punt op BC sodanig dat FG || CH.



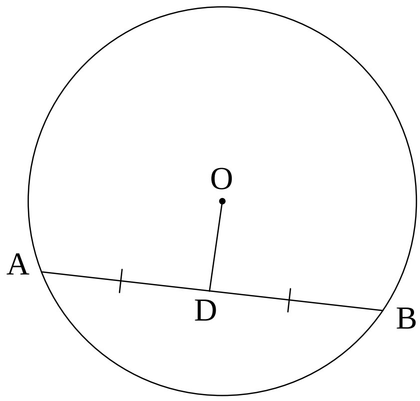
8.2.1 Gee 'n rede waarom DE || BH. (1)

8.2.2 Indien dit verder gegee word dat $\frac{FC}{BF}=\frac{1}{4}$, DE = $3x-1$ en GH = $x+1$, bereken, met redes, die waarde van x. (6)

[13]

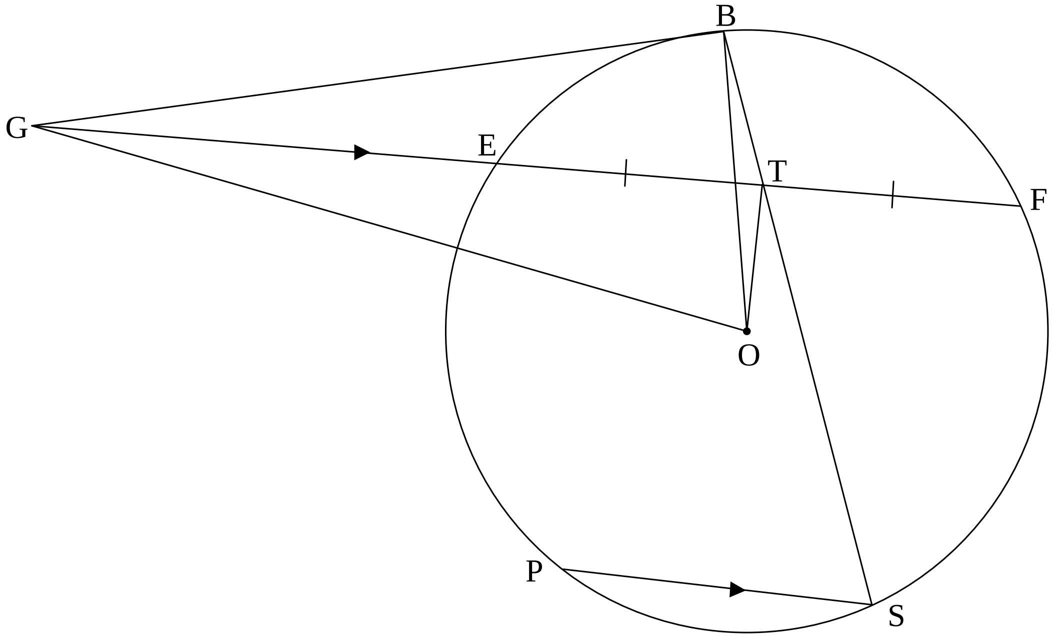
VRAAG 9

9.1 In die diagram is O die middelpunt van 'n sirkel. OD halveer koord AB.



Bewys die stelling wat beweer dat die lyn wat vanaf die middelpunt van 'n sirkel getrek word en 'n koord halveer, loodreg op die koord is, met ander woorde $OD \perp AB$. (5)

9.2 In die diagram is E, B, F, S en P punte op die sirkel met middelpunt O. GB is 'n raaklyn aan die sirkel by B. FE word verleng om die raaklyn by G te ontmoet. OT is getrek sodanig dat T die middelpunt van EF is. GO en BO is getrek. BS is deur T getrek. $PS \parallel GF$.



Bewys, met redes, dat:

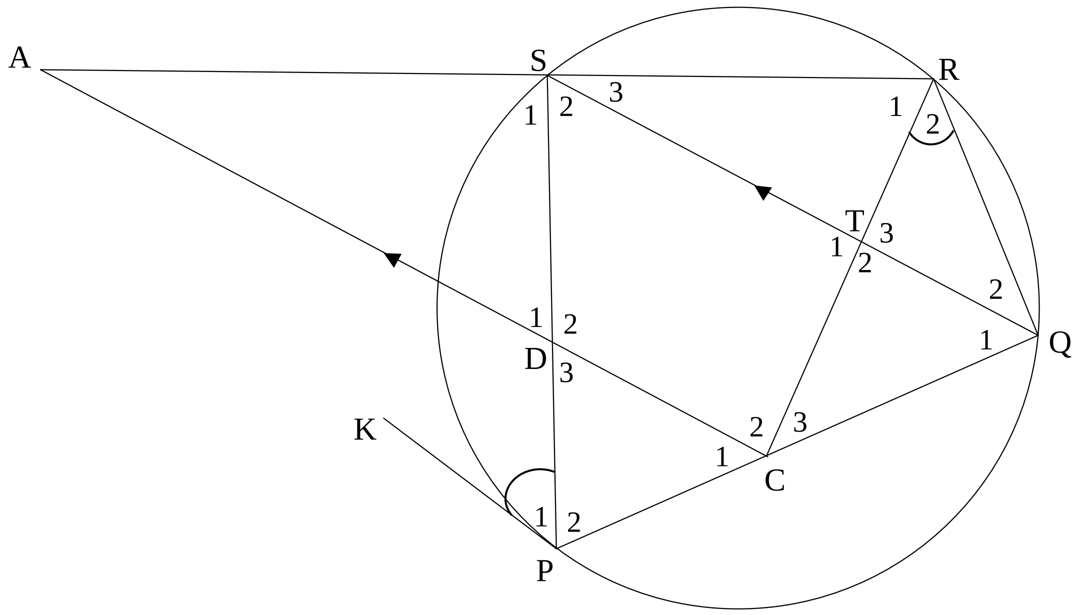
9.2.1 OTBG 'n koordevierhoek is (5)

9.2.2 $G\hat{O}B = \hat{S}$ (4)

[14]

VRAAG 10

In die diagram is PQRS 'n koordevierhoek. KP is 'n raaklyn aan die sirkel by P. C en D is punte op koorde PQ en PS onderskeidelik en CD verleng, ontmoet RS verleng by A. CA || QS. RC is getrek. $\hat{P}_1 = \hat{R}_2$.



Bewys, met redes, dat:

10.1 $\hat{S}_1 = \hat{T}_2$ (4)

10.2 $\dfrac{AD}{AR} = \dfrac{AS}{AC}$ (5)

10.3 AC × SD = AR × TC (4)

[13]

TOTAAL: 150

Kopiereg voorbehou

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x\left[1 - (1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou