



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2024

Matamaitic

Páipéar 1

Ardleibhéal

Dé hAoine 7 Meitheamh Tráthnóna 2:00 - 4:30

300 marc

Scrúduimhir

----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

Dáta Breithe

		/			/		
----------------------	----------------------	---	----------------------	----------------------	---	----------------------	----------------------

Scríobh 3 Feabhra 2005
mar 03 02 05, mar shampla

Stampa an Ionaid

--

Ná scríobh ar an leathanach seo

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	4 cheist

Freagair ceisteanna mar a leanas:

- **cúig cheist ar bith** as Roinn A – Coincheapa agus Scileanna
- **trí cheist ar bith** as Roinn B – Comhthéacsanna agus Feidhmeanna.

Scríobh do Scrúduimhir sa bhosca ar an gclúdach tosaigh.

Scríobh do chuid freagraí le peann gorm nó le peann dubh.

Ní ceadmhach peann luaidhe a úsáid ach amháin i gcás graf agus léaráidí.

Scanfar an leabhrán scrúdaithe seo agus is ar scáileán a chuirfear do chuid oibre i láthair an scrúdaitheora. Mar sin is féidir nach bhfeicfidh an scrúdaitheoir aon rud a scríobhfaidh tú taobh amuigh de bhoscaí na bhfreagraí.

Scríobh na freagraí go léir sa leabhrán seo. Tá spás d'obair bhreise ag cúl an leabhráin. Má bhaineann tú úsáid as, lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir agus le páirt na ceiste.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Ní de réir scála a bhíonn na léaráidí, de ghnáth.

Caillfidh tú marcanna mura mbíonn obair thacaíochta ábhartha san áireamh agat i do réitigh.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na haonaid tomhais chuí sna freagraí, de réir mar a oireann.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na freagraí san fhoirm is simplí, de réir mar a oireann.

Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

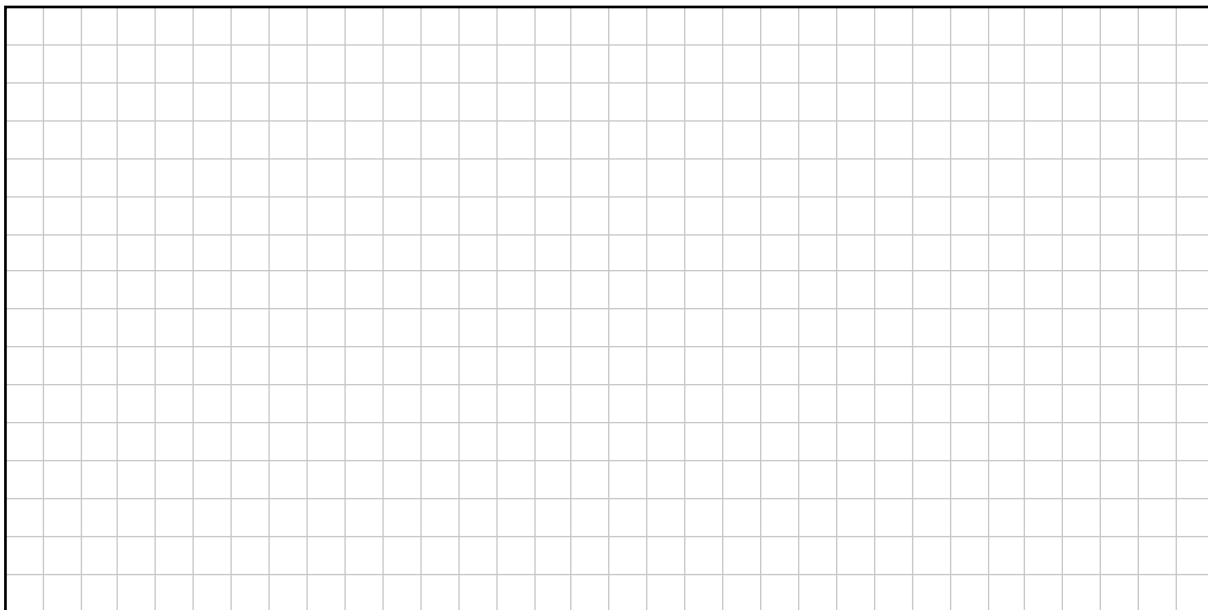
--

Freagair **cúig cheist ar bith** as an roinn seo.

Ceist 1**(30 marc)**

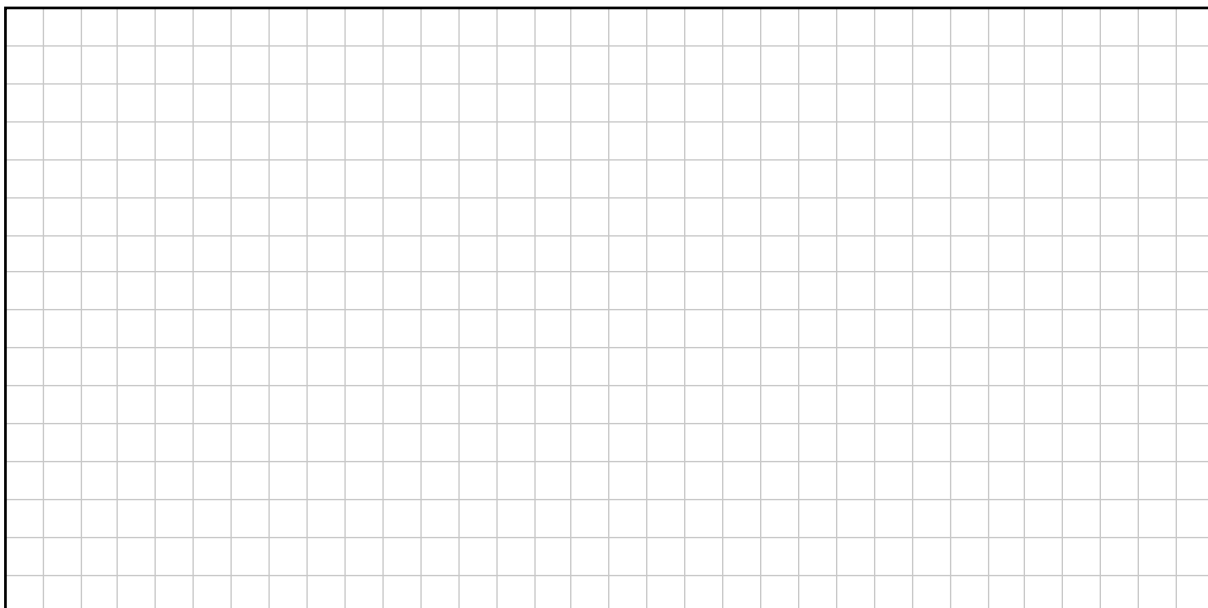
(a) Réitigh an chothromóid seo a leanas le haghaidh $n \in \mathbb{N}$:

$$n - 3 = \sqrt{3n + 1}$$



(b) Scríobh an slonn seo a leanas mar chodán singil i dtéarmaí t :

$$\frac{4}{2t + 1} - \frac{7}{12t}$$

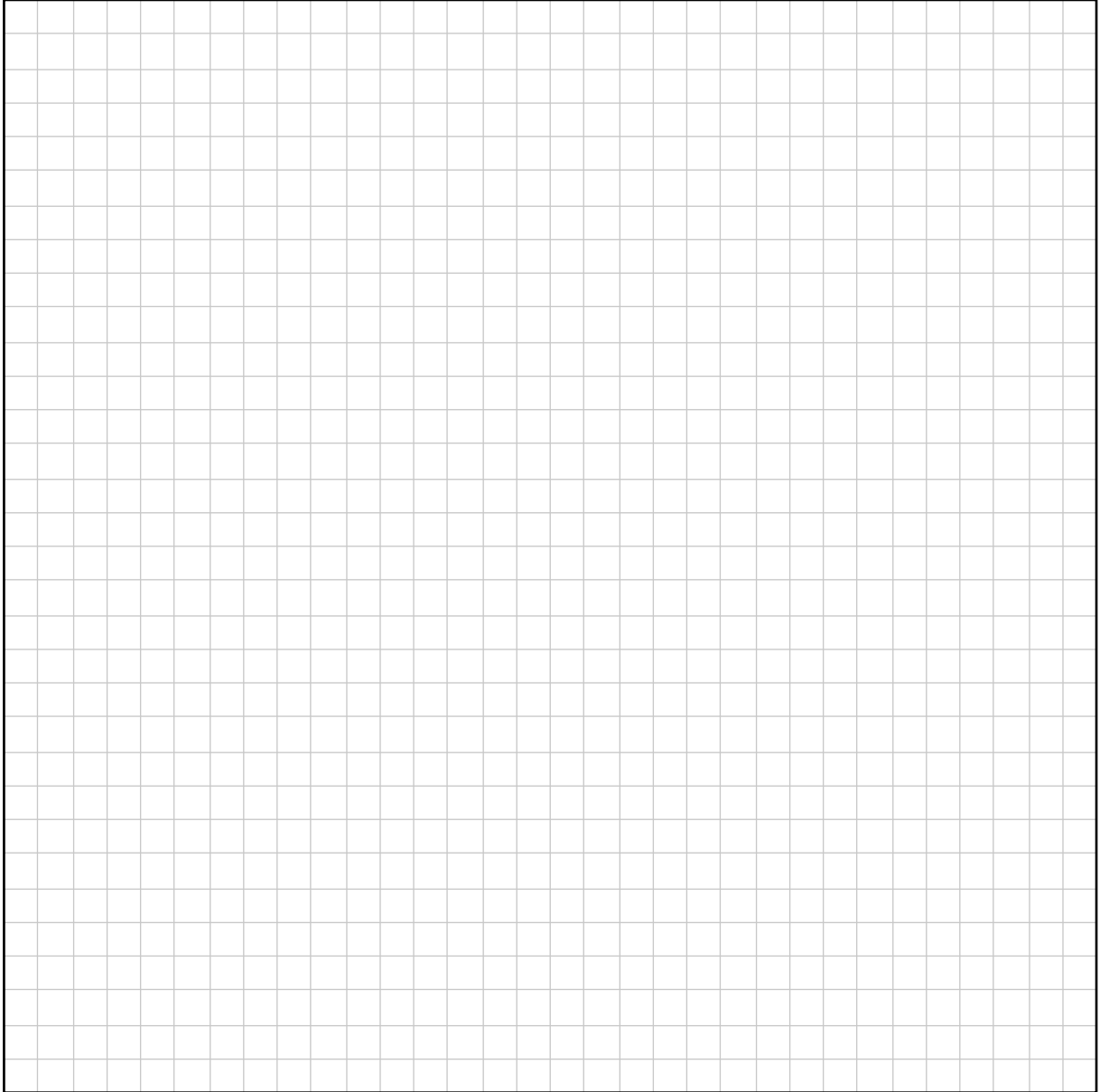


(c) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha seo a leanas le haghaidh $x, y, w \in \mathbb{Z}$:

$$x + 2y = 143$$

$$y + 3w = -74$$

$$4x + 5w = 4$$

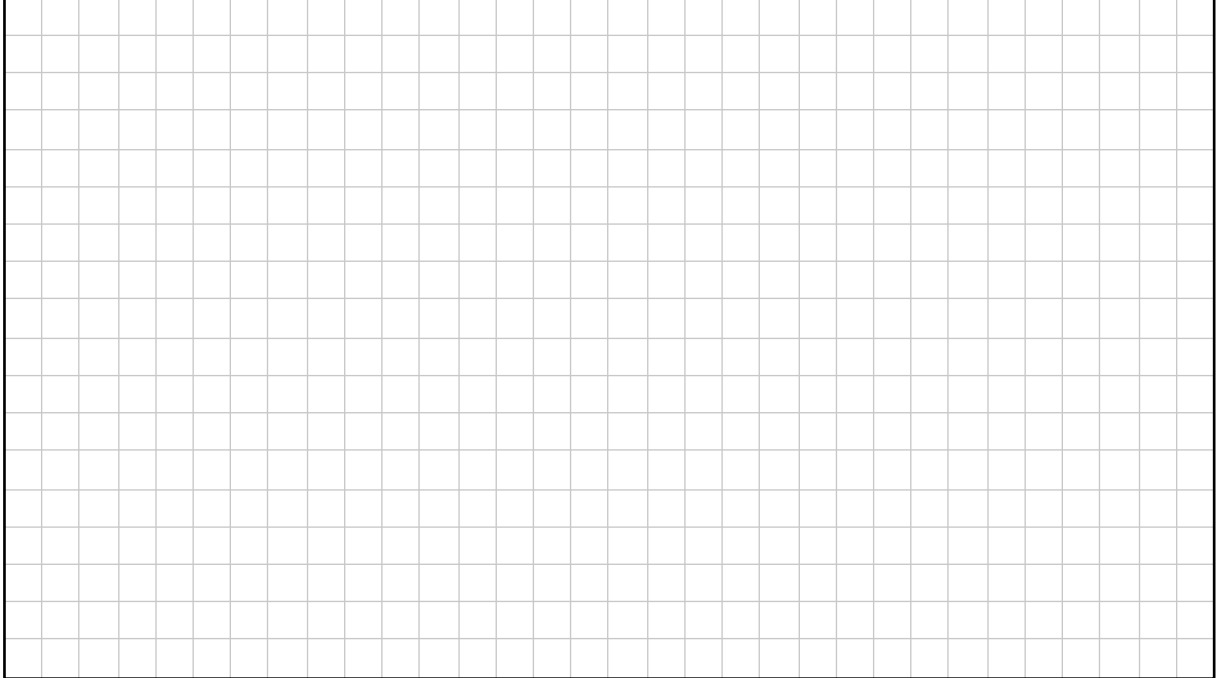


Ceist 2**(30 marc)**

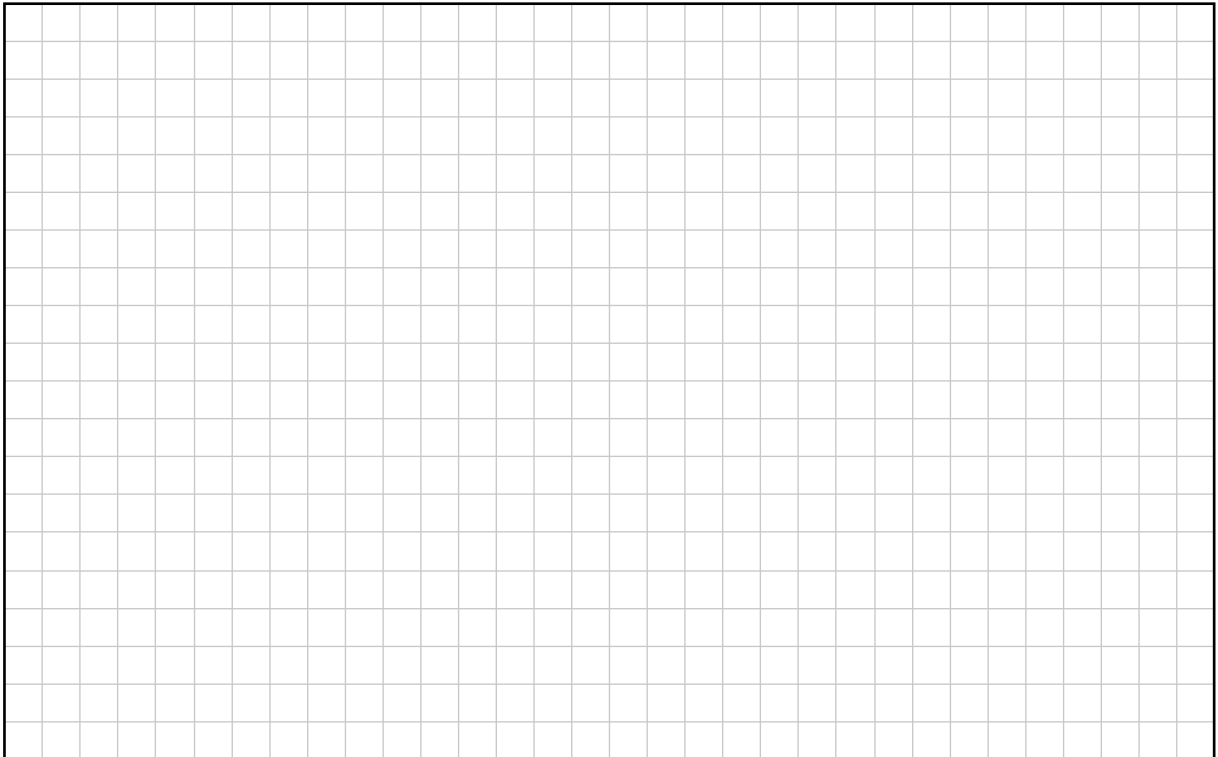
Sa cheist seo, $i^2 = -1$.

- (a) Faigh an dá réiteach ar an gcothromóid in z seo a leanas, áit a bhfuil z ina huimhir choimpléascach. Bíodh gach freagra san fhoirm $a + bi$, áit a mbeidh $a, b \in \mathbb{R}$.

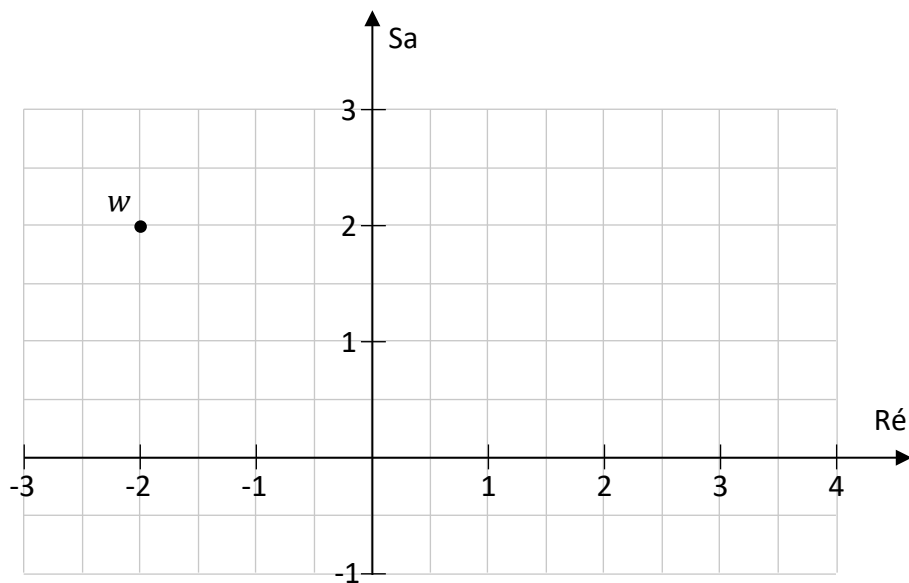
$$z^2 + 12z + 261 = 0$$



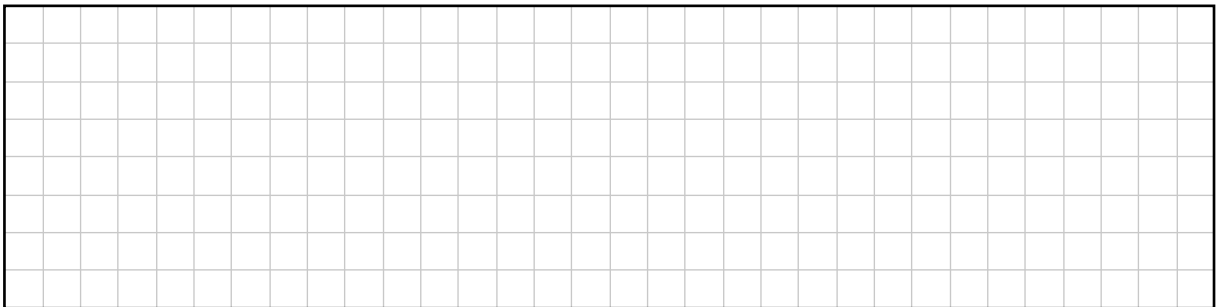
- (b) Bain úsáid as **teoirim de Moivre** chun $(1 - \sqrt{3}i)^9$ a scríobh san fhoirm $a + bi$, áit a mbeidh $a, b \in \mathbb{R}$.



(c) Sa léaráid Argand thíos, taispeántar an pointe $w = -2 + 2i$.

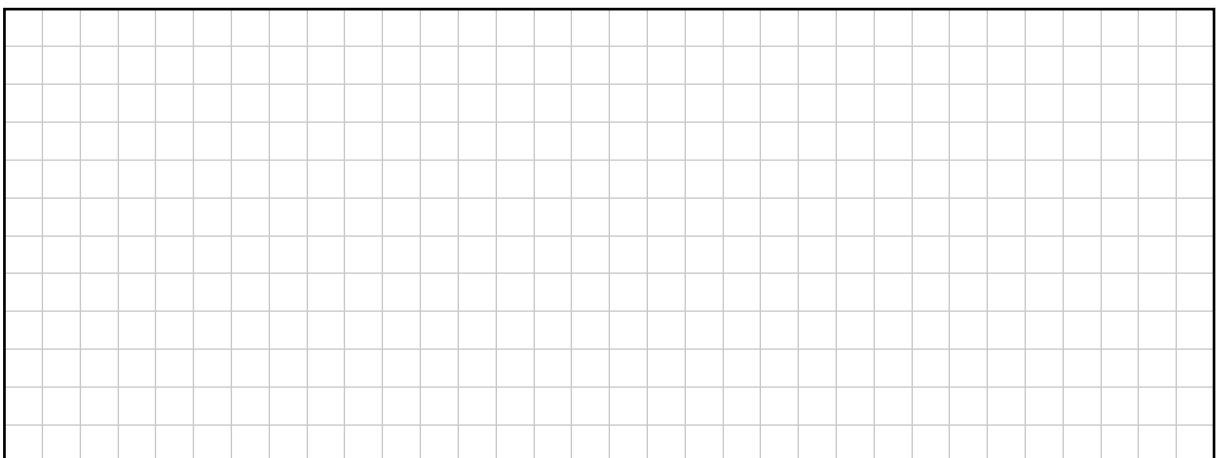


(i) **Breac** agus **lipéadaigh** an uimhir choimpléascach $u = 4 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$ ar an léaráid, chomh beacht agus is féidir leat.



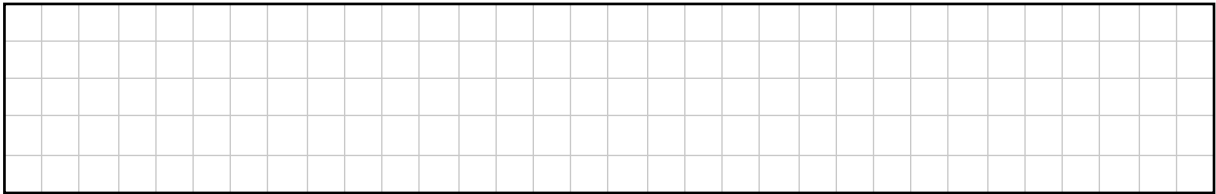
(ii) Is é $0 + 0i$ an uimhir choimpléascach o .

Faigh méid na huillinne $\angle wou$. Bíodh do fhreagra ina **raidiaian**.



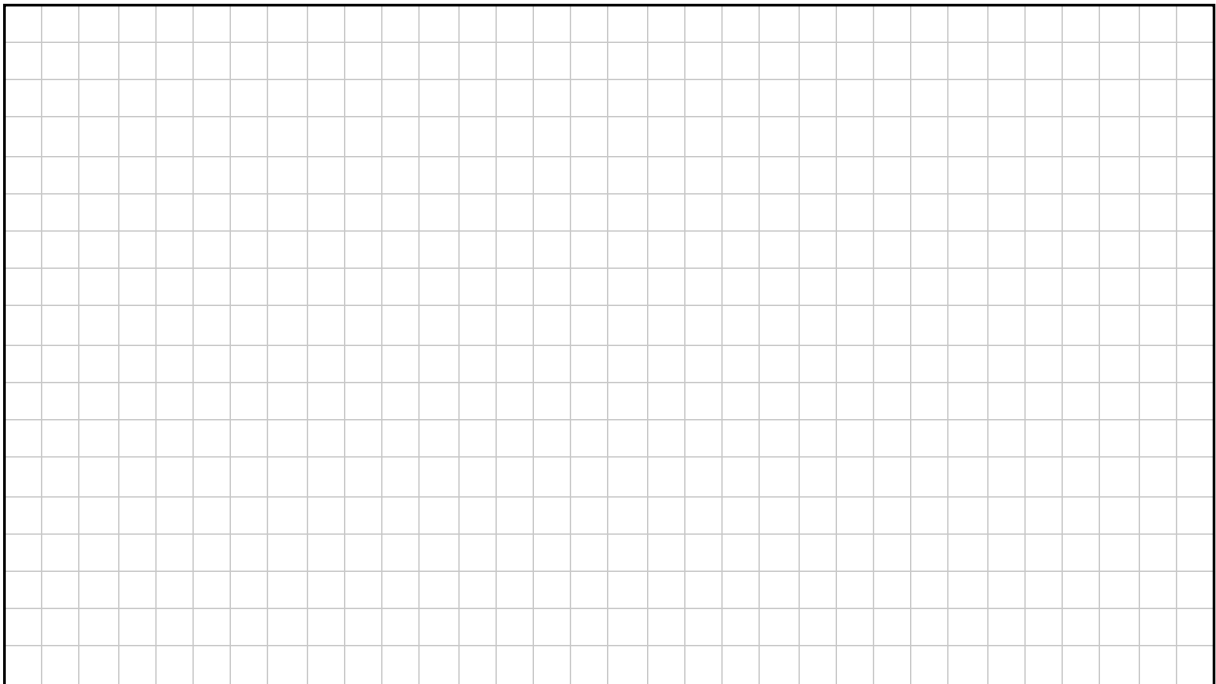
Ceist 3**(30 marc)****(a)** Faigh an suimeálaí:

$$\int \cos 6x \, dx$$

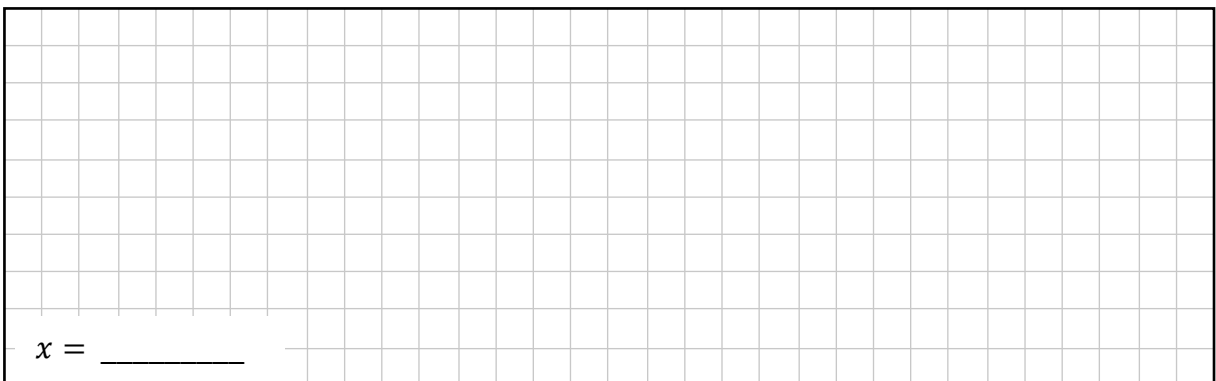
**(b)** Sainítear an fheidhm f mar a leanas le haghaidh $x \in \mathbb{R}$:

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 5x - 11$$

(i) Faigh cothromóid an tadhlaí le graf f ag an bpointe ag a bhfuil $x = 2$.
Ní gá duit do fhreagra a shimpliú.

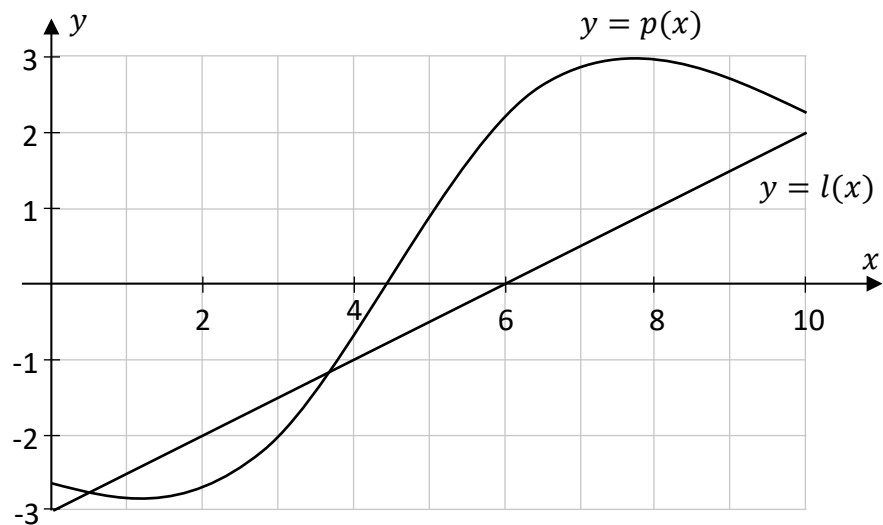


(ii) Faigh comhordanáid x an phointe athchasaigh de f .



$x =$ _____

- (c) Sa léaráid thíos, taispeántar an cuar $y = p(x)$ agus an líne $y = l(x)$, le haghaidh $0 \leq x \leq 10$, $x \in \mathbb{R}$.



Tá dhá luach ar x san fhearann $0 \leq x \leq 10$ a fhágann go bhfuil:

$$p'(x) = l'(x)$$

áit arb é $p'(x)$ díorthach $p(x)$.

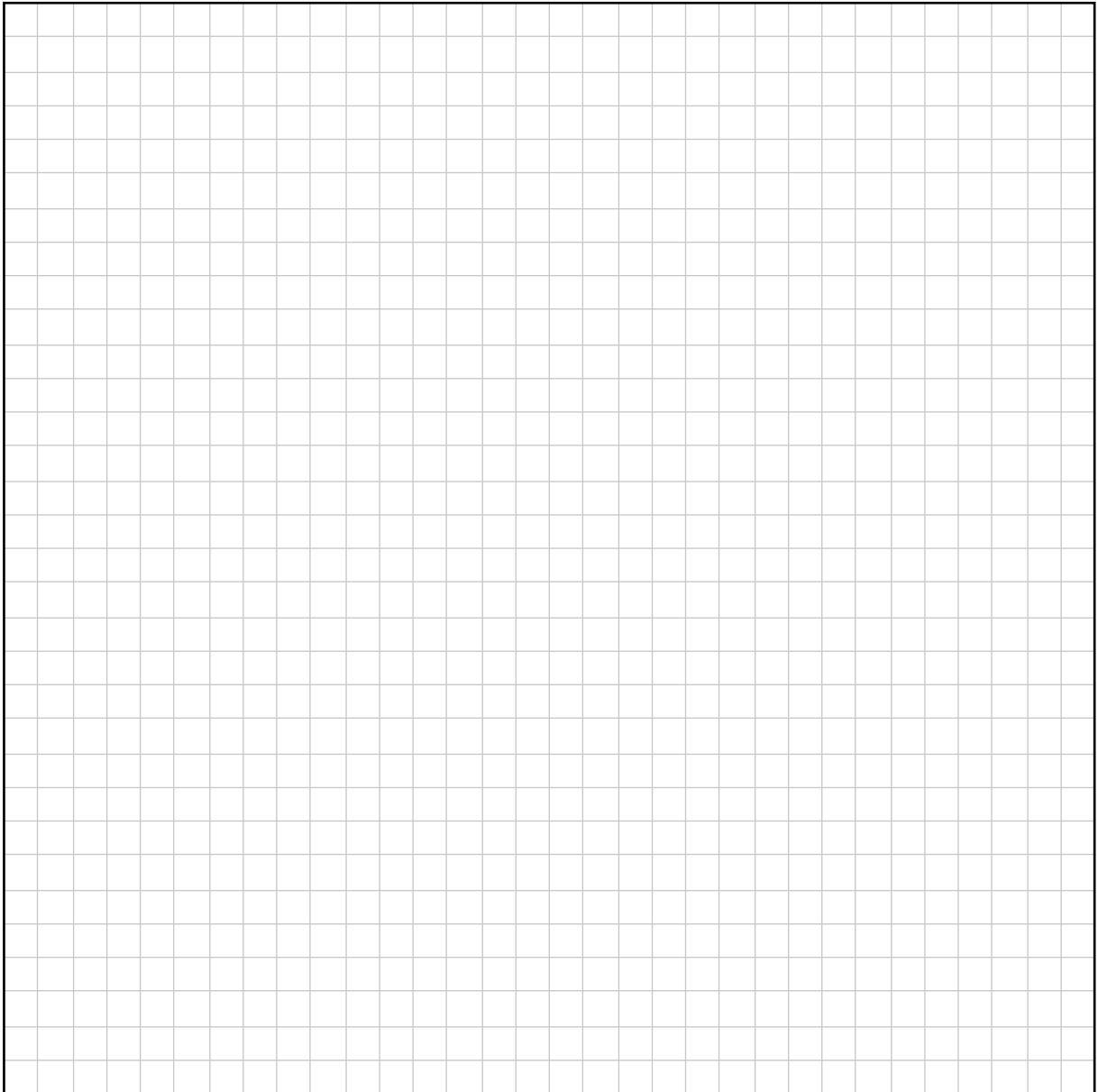
Úsáid an t-eolas sa léaráid chun an dá luach seo ar x a mheas, chomh beacht agus is féidir leat. Taispeáin do chuid oibre ar an léaráid.

$x = \rule{1.5cm}{0.4pt} \text{ nó } \rule{1.5cm}{0.4pt}$

Ceist 4**(30 marc)**

(a) Difreáil an fheidhm seo a leanas ó bhunphrionsabail, i leith x :

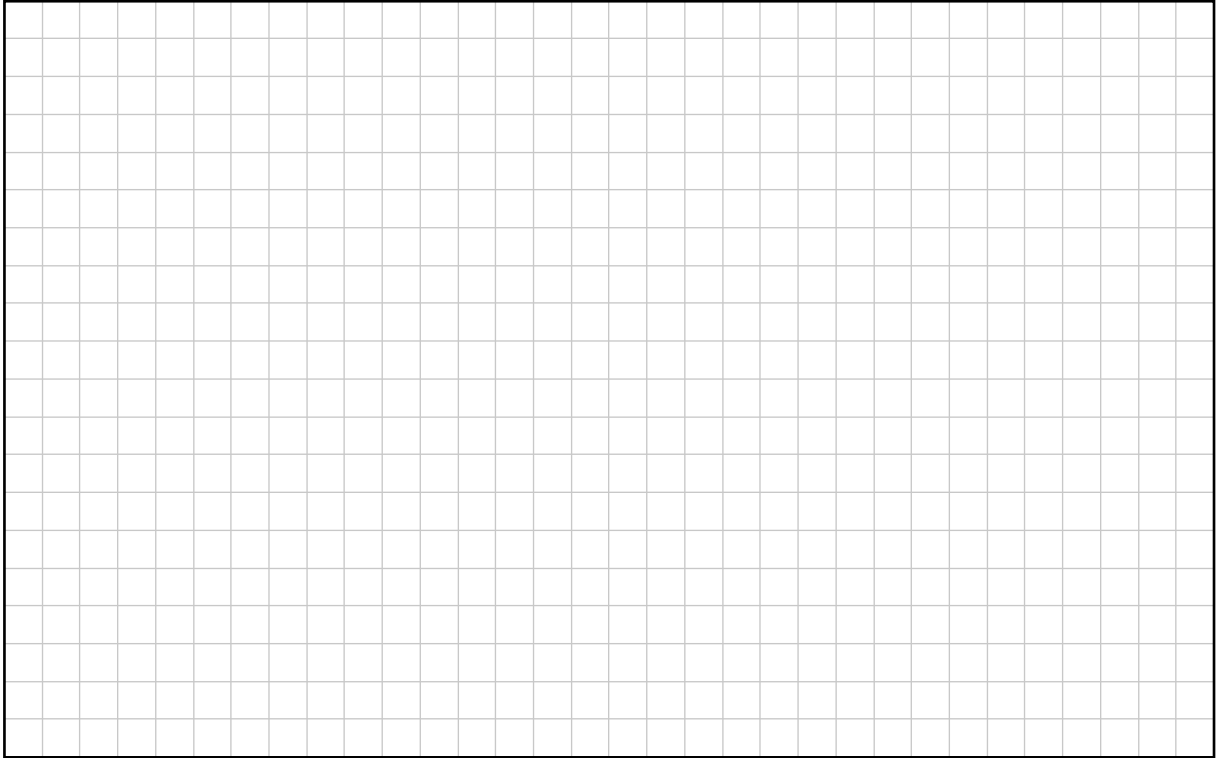
$$f(x) = x^2 - 7x - 10$$



(b) Sainítear an fheidhm $g(x)$ le haghaidh $x \in \mathbb{R}$ de réir:

$$g(x) = \frac{6x + 1}{x^4 + 3}$$

Faigh luach $g'(-2)$, díorthach $g(x)$ nuair atá $x = -2$.



(c) Is feidhm leanúnach é $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Tá **íospointe logánta** ag graf $h(x)$ ag an bpointe $(0, 5)$.

Luaigh cé acu fíor nó bréagach atá an ráiteas seo a leanas:

“Caithfidh gur **5 ar a laghad** é luach $h(x)$ le haghaidh gach luach réadach de x .”

Cosain do fhreagra.

Freagra (fíor nó bréagach):
Cosaint:

Ceist 5**(30 marc)**

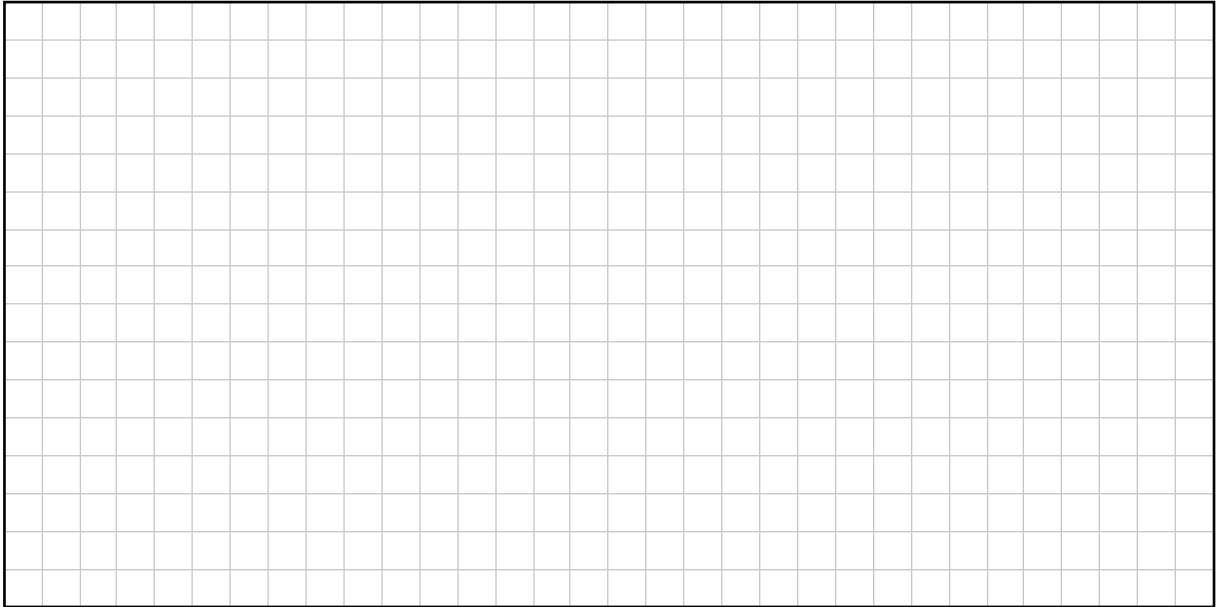
- (a) Is mar a leanas na chéad trí théarma de sheicheamh comhbhreise, áit a bhfuil $p \in \mathbb{R}$:

$$T_1 = 2p + 1$$

$$T_2 = 5p - 3$$

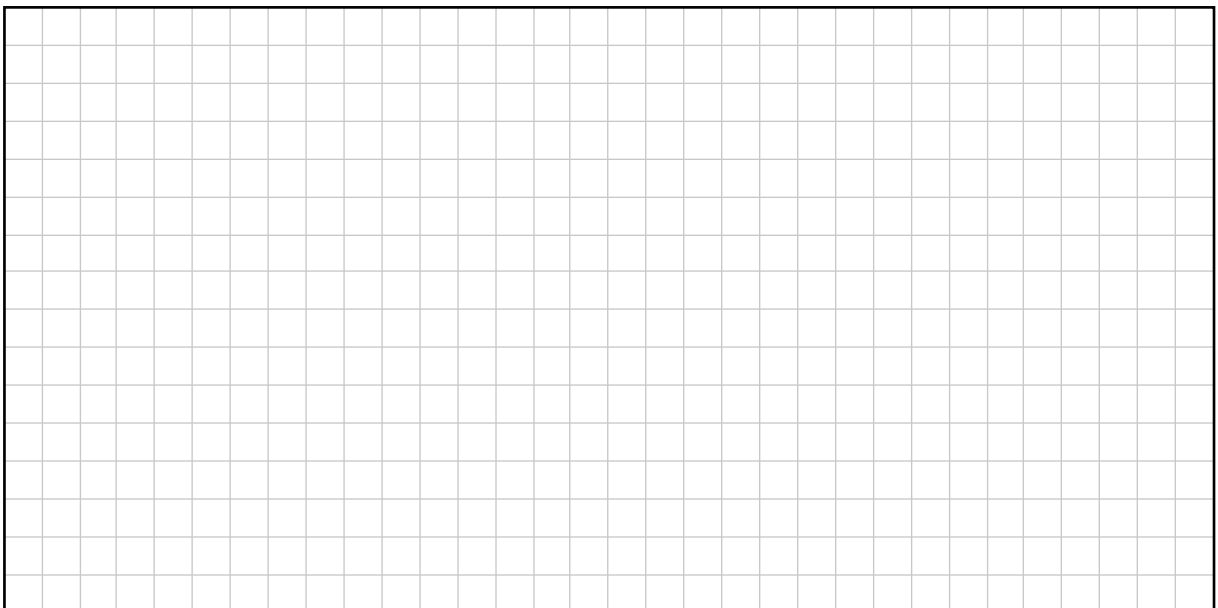
$$T_3 = 6p + 7$$

Faigh luach p .



- (b) Is iad $G_7 = 6$ agus $G_{11} = \frac{3}{8}$ an 7ú agus an 11ú téarma de shraith iolraíoch, faoi seach.

Faigh an **dá** luach fhéideartha ar r , comhiolraitheoir an tseichimh seo, áit a bhfuil $r \in \mathbb{R}$.



(c) Sainítear seicheamh d'fheidhmeanna $F_0, F_1, F_2, \dots$ mar a leanas, le haghaidh $x \in \mathbb{R}, x > 0$:

- $F_0 = x^{2024}$
- Le haghaidh $n \geq 1$, is é an fheidhm F_n **díorthach** F_{n-1} , i leith x .

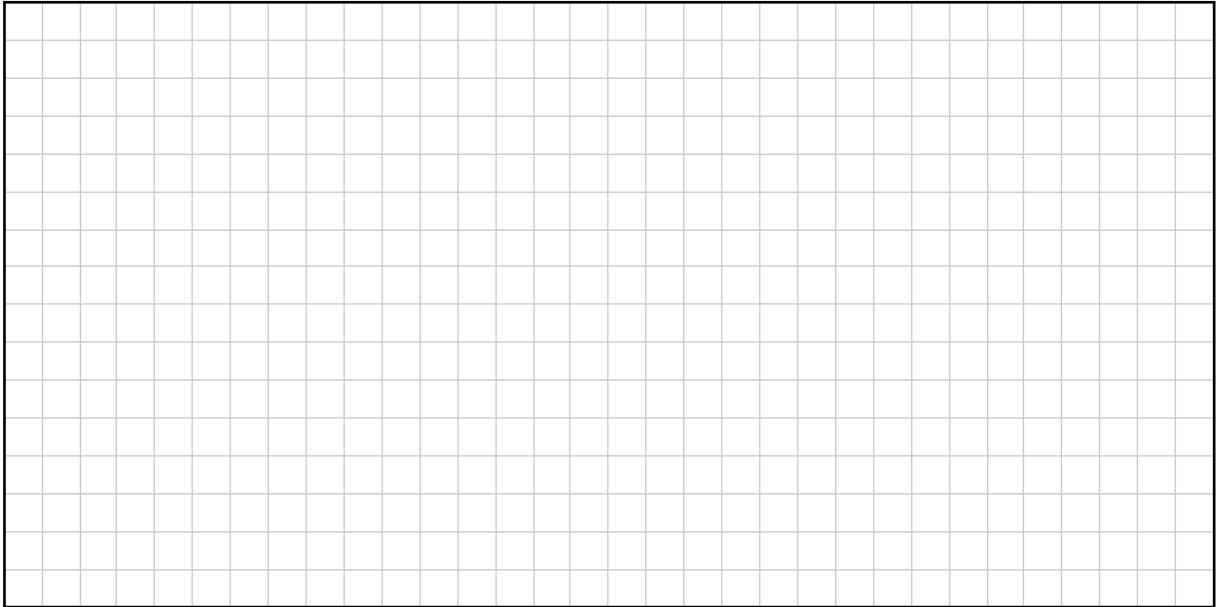
(i) Scríobh F_1 agus F_2 i dtéarmaí x .

(ii) Faigh an chéad luach ar n a fhágann go bhfuil $F_n = 0$.

Ceist 6**(30 marc)**

- (a) $h(x) = x^2 + bx - 12$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$ agus áit ar tairseach é b .

Faigh luach b a fhágann go bhfuil $x - 4$ ina fhachtóir de $h(x)$.



- (b) Sainítear dhá fheidhm, $f(x)$ agus $g(x)$, mar a leanas, le haghaidh $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$:

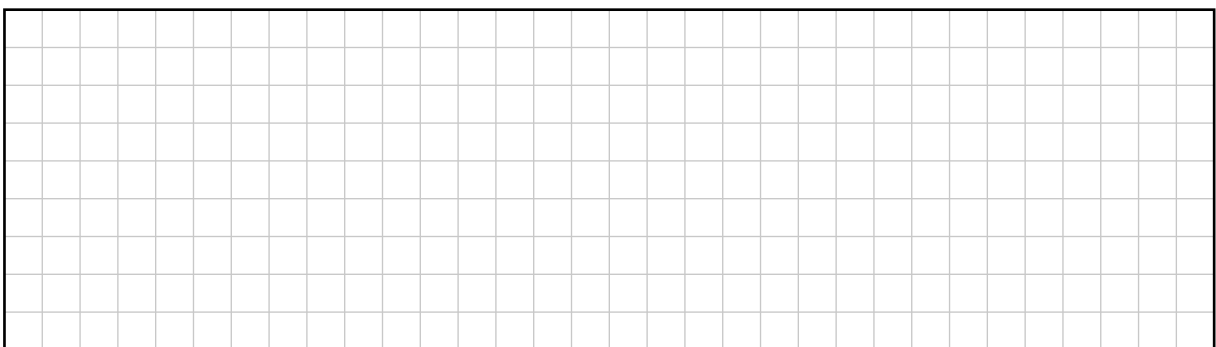
$$f(x) = e^{9x}$$

$$g(x) = \ln \sqrt{x}$$

Úsáid na feidhmeanna seo chun na páirteanna **(b)(i)**, **(b)(ii)**, agus **(b)(iii)** a fhreagairt.

- (i) Faigh luach $f(1.2)$.

Bíodh do fhreagra san fhoirm $a \times 10^n$, áit a mbeidh $a \in \mathbb{R}$, $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{N}$, agus a mbeidh a ceart go dtí ionad deachúlach amháin.



- (ii) Faigh luach x a fhágann go bhfuil $g(x) = 3 \cdot 5$.
Bíodh do fhreagra san fhoirm e^p , áit a mbeidh $p \in \mathbb{R}$.

- (iii) Scríobh an fheidhm $g(f(x))$ i dtéarmaí x , san fhoirm is simplí.

- (ii) Oibrigh amach an méid airgid a fuair Fiadh agus a páirtí ar iasacht dá morgáiste. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an euro is gaire.

- (c) Cuireann Fiadh airgead i gcuntas coigiltis, agus fágann sí ann é ar feadh roinnt blianta. Tugann an slonn seo thíos $F(t)$, an méid airgid sa chuntas ina euro tar éis t bliain, áit a bhfuil $t \in \mathbb{R}$, $t \geq 0$:

$$F(t) = 5000 e^{0.04t}$$

Bain úsáid as an slonn seo chun na páirteanna (c)(i), (c)(ii), agus (c)(iii) a fhreagairt.

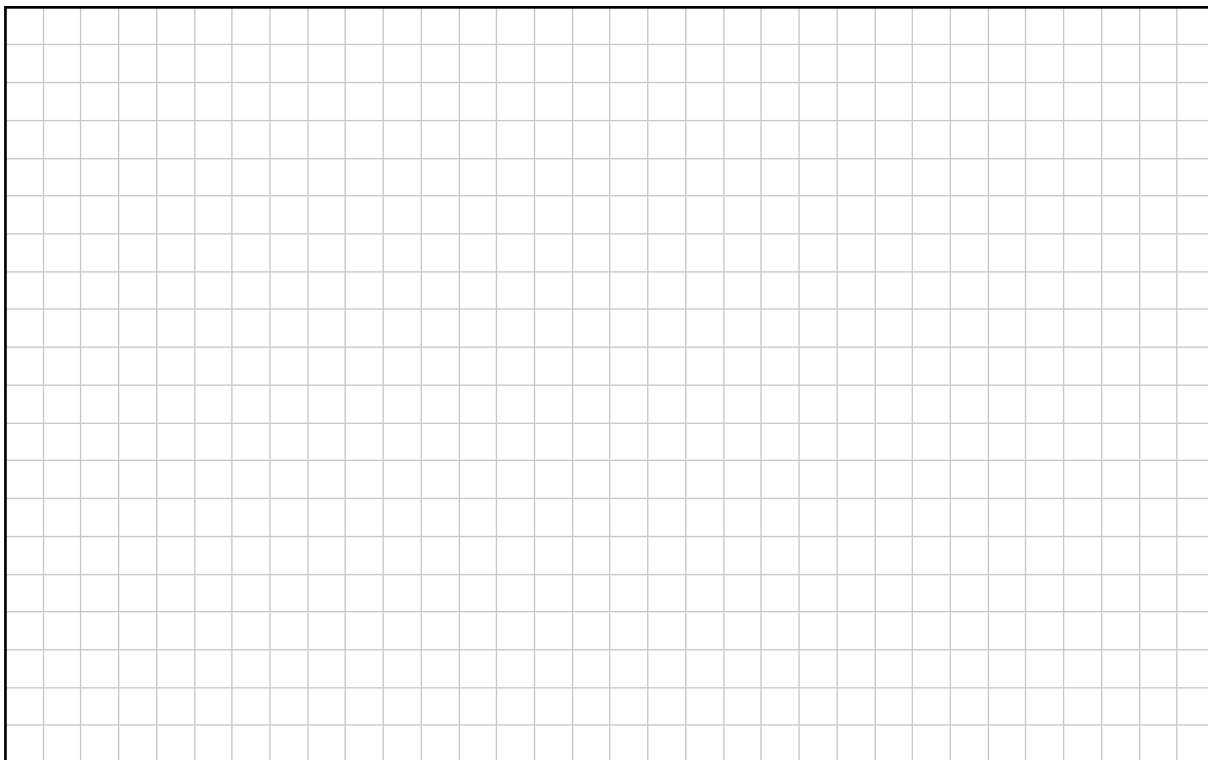
- (i) Úsáid difreáil agus faigh an ráta ag a bhfuil an méid airgid sa chuntas ag méadú tar éis 3.5 bliain. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an euro in aghaidh na bliana is gaire.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

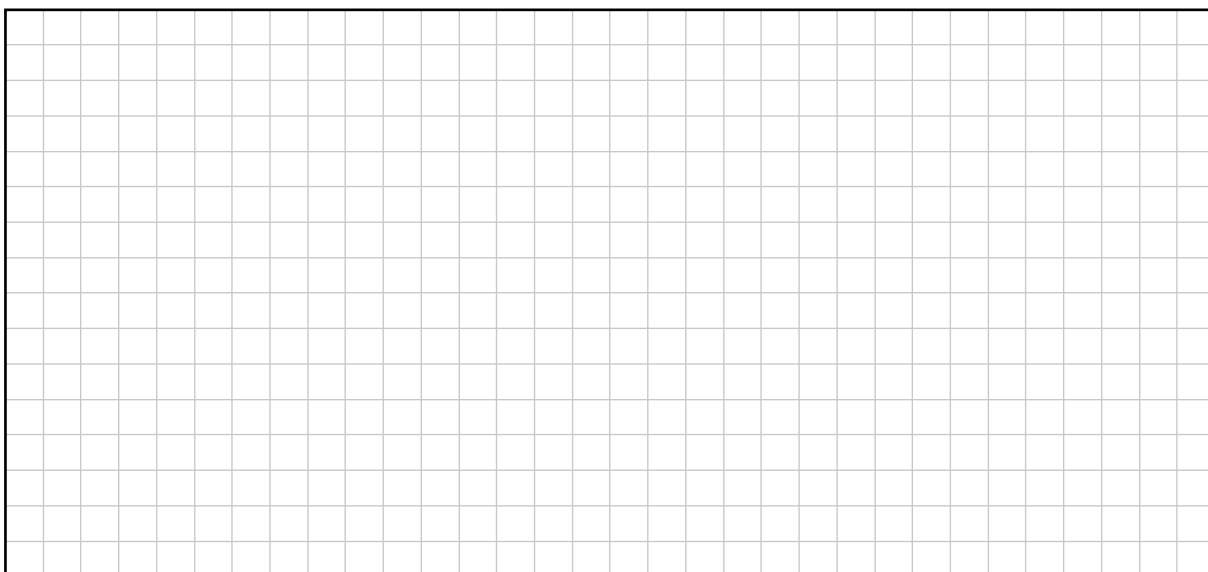
- (ii) Úsáid suimeáil agus faigh an meánmhéid airgid sa chuntas thar na chéad 5 bliana. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an euro is gaire.

Ná dearmad gurb ionann an méid airgid sa chuntas tar éis t bliana agus:

$$F(t) = 5000 e^{0.04t}$$



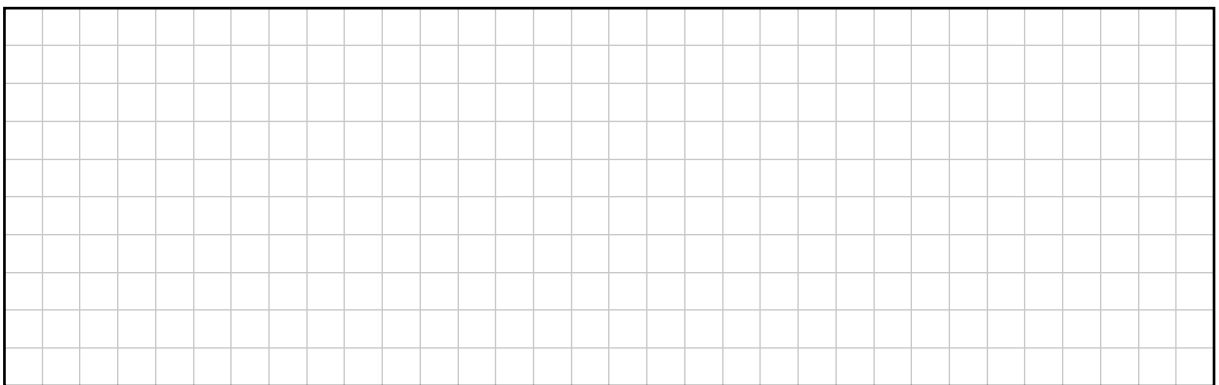
- (iii) Oibrigh amach an ráta úis bliantúil (AER i mBéarla) don chuntas seo. Is é sin, faigh an t-ardú céatadánach i méid an airgid sa chuntas in imeacht bliain amháin. Bíodh do fhreagra ina chéatadán, ceart go dtí 2 ionad dheachúlacha.



(50 marc)

- $$T(x) = \left(\frac{x - 240}{60}\right)^3 + 70$$

- | | | | | | | | |
|--------|---|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 0 | 60 | 120 | 180 | 240 | 300 | 360 |
| $T(x)$ | | 43 | | | | | 78 |



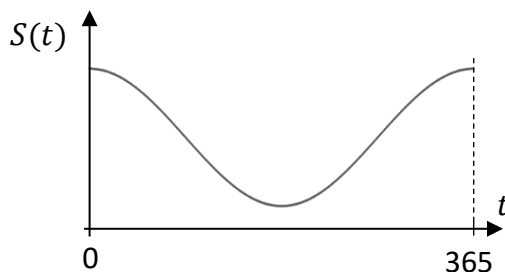
-

An Ardteistiméireacht, 2024
Matamaitic, Páipéar 1 – Ardleibhéal

Díolann an comhlacht éadaí scaifeanna freisin. Is féidir díolacháin laethúla na scaifeanna a shamhaltú leis an bhfeidhm seo a leanas, $S(t)$, atá ina feidhm pheiriadach a bhfuil peiriad 365 lá aici:

$$S(t) = 21 + 19 \cos\left(\frac{2\pi t}{365}\right)$$

Anseo, is é $t \in \mathbb{R}$ an t-am, ina laethanta, ó 1 Eanáir 2024, $t \geq 0$, agus tá $\frac{2\pi t}{365}$ ina raidiain.



- (b) Oibrigh amach uasdíolacháin laethúla **agus** íosdíolacháin laethúla na scaifeanna, de réir $S(t)$. **Ní** gá duit difreáil a úsáid.

Uasdíolacháin = _____	Íosdíolacháin = _____
-----------------------	-----------------------

Is féidir feidhm eile, $C(t)$, a úsáid freisin chun díolacháin laethúla na scaifeanna a shamhaltú, áit a bhfuil:

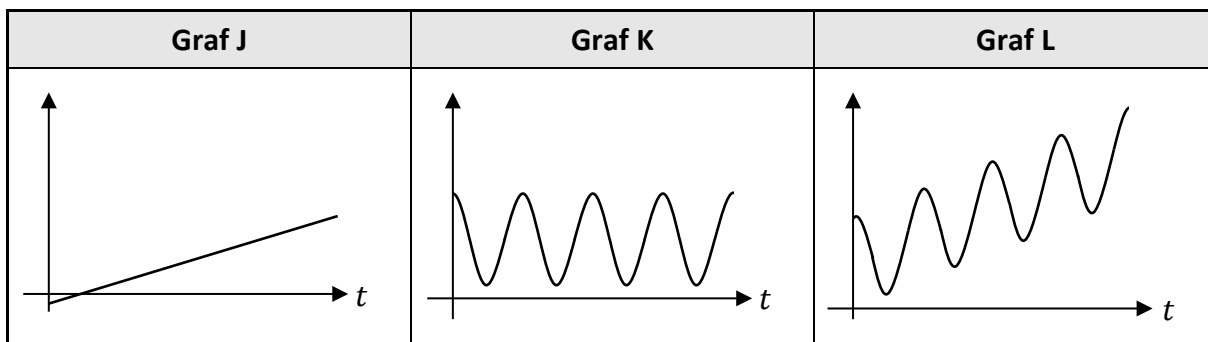
$$C(t) = S(t) - 2.4 + 0.03t$$

Arís, is é $t \in \mathbb{R}$ an t-am, ina laethanta, ó 1 Eanáir 2024, $t \geq 0$, agus $\frac{2\pi t}{365}$ ina raidiain.

- (c) Faigh an luach ar t a fhágann go dtugann $S(t)$ agus $C(t)$ an líon céanna díolachán laethúil.

--

- (d) Taispeántar thíos na graif (nach bhfuil de réir scála) J, K, agus L, de thrí fheidhm.



Léiríonn ceann amháin de na graif seo an fheidhm $C(t)$ thar roinnt blianta, áit a bhfuil $C(t) = S(t) - 2.4 + 0.03t$. Breac síos cé acu graf é seo. Cosain do fhreagra.

Freagra (J, K, nó L):
Cosaint:

- (e) $C'(t) = 0.03 - \frac{38\pi}{365} \sin\left(\frac{2\pi t}{365}\right)$, áit arb é $C'(t)$ díorthach $C(t)$.

Faigh an luach ar t a thugann an chéad uasphointe logánta de C , is é sin an chéad uair a bhfuil $C'(t) = 0$. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an lá is gaire.

--

Ceist 9

(50 marc)

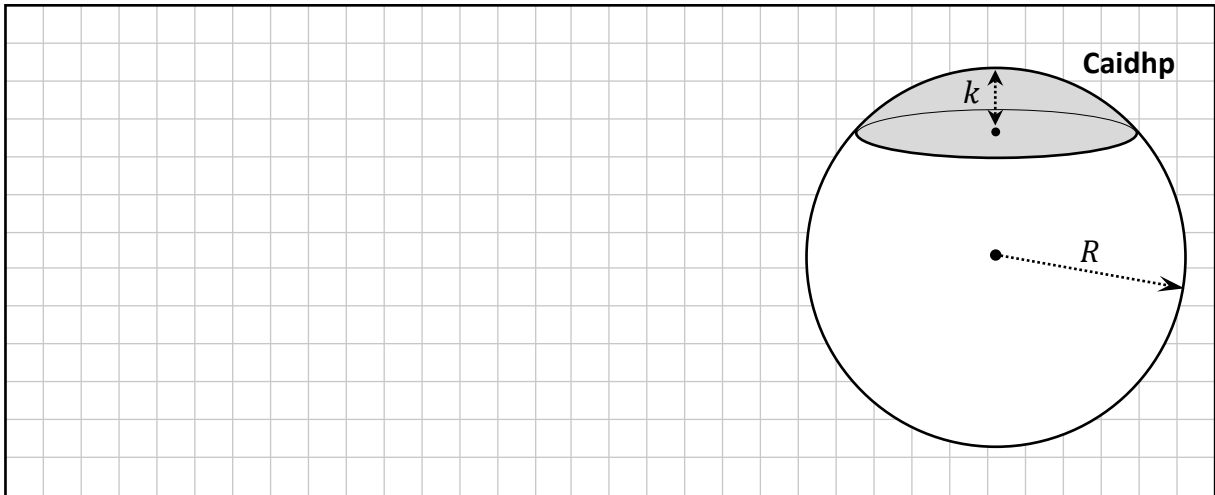
Tá ga R aonad ag sféar.

Tugtar “caidhp” ar an gcuid sin den sféar a ghearrann dromchla réidh de, agus is é a toirt ná:

$$C = \frac{\pi k^2}{3}(3R - k)$$

Anseo, is é C toirt na caidhpe agus is é k airde na caidhpe, áit a bhfuil $0 < k \leq R$.

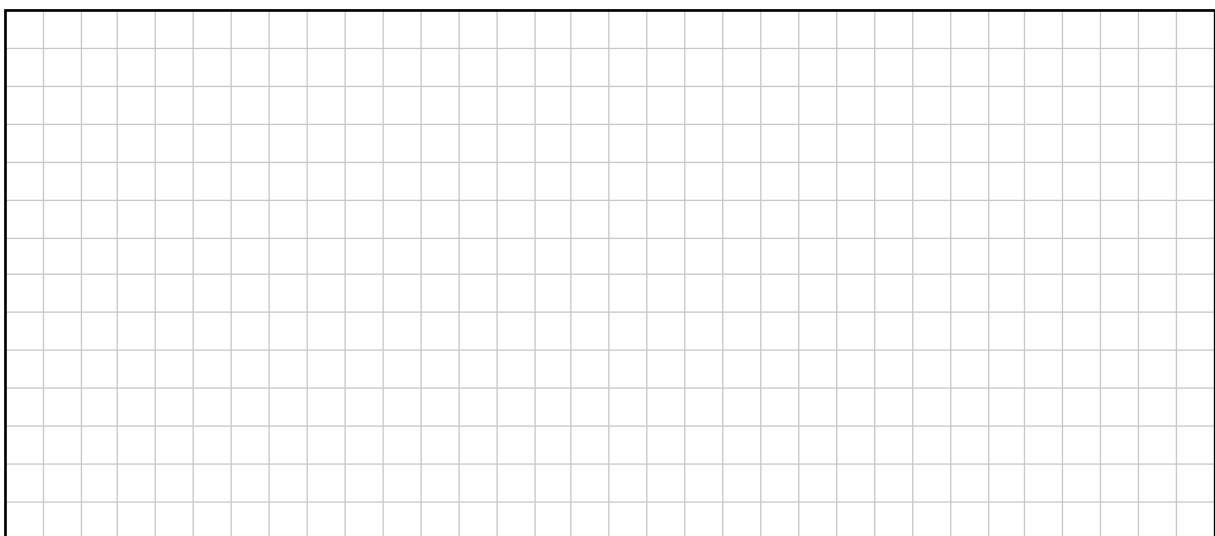
- (a)** Faigh luach C , toirt na caidhpe, nuair atá $R = 13$ agus $k = 4$.
Bíodh do fhreagra i dtéarmaí π .



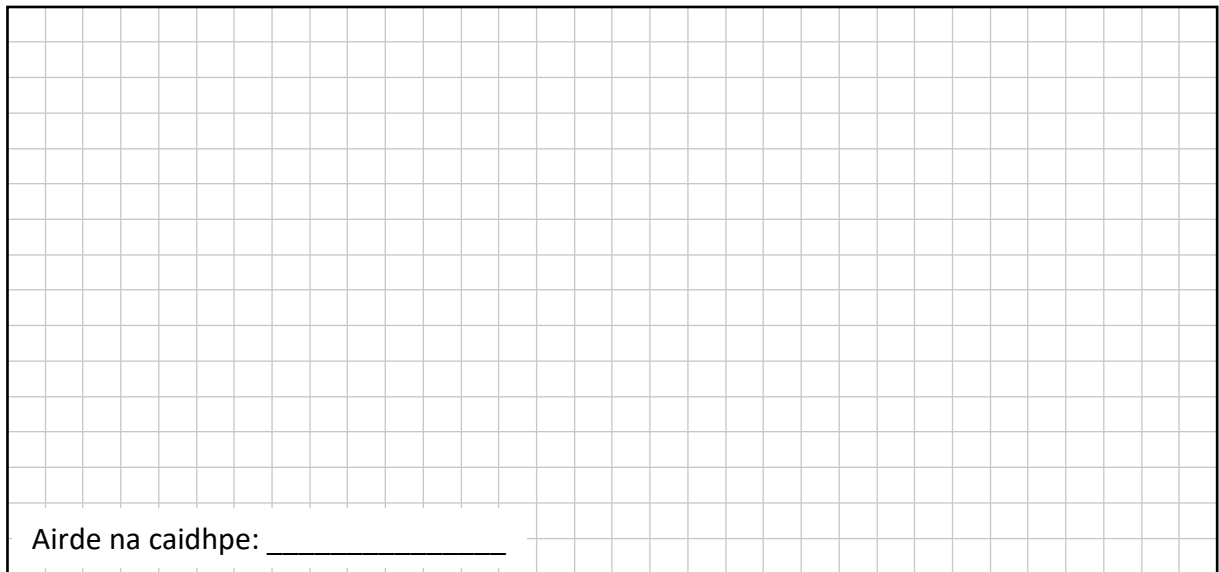
- (b)** Tá ga 8 n-aonad ag sféar eile agus caidhp atá y aonad ar airde, áit a bhfuil $0 < y \leq 8$.
Is é toirt na caidhpe sin ná $(36\pi y)$ aonad³.

- (i)** Bain úsáid as sin, agus as an slonn le haghaidh C uath agus taispeáin go bhfuil:

$$\frac{y}{3}(24 - y) = 36$$



- (ii) Iolraigh amach an chothromóid $\frac{y}{3}(24 - y) = 36$ agus réitigh í chun airde na caidhpe seo a fháil.



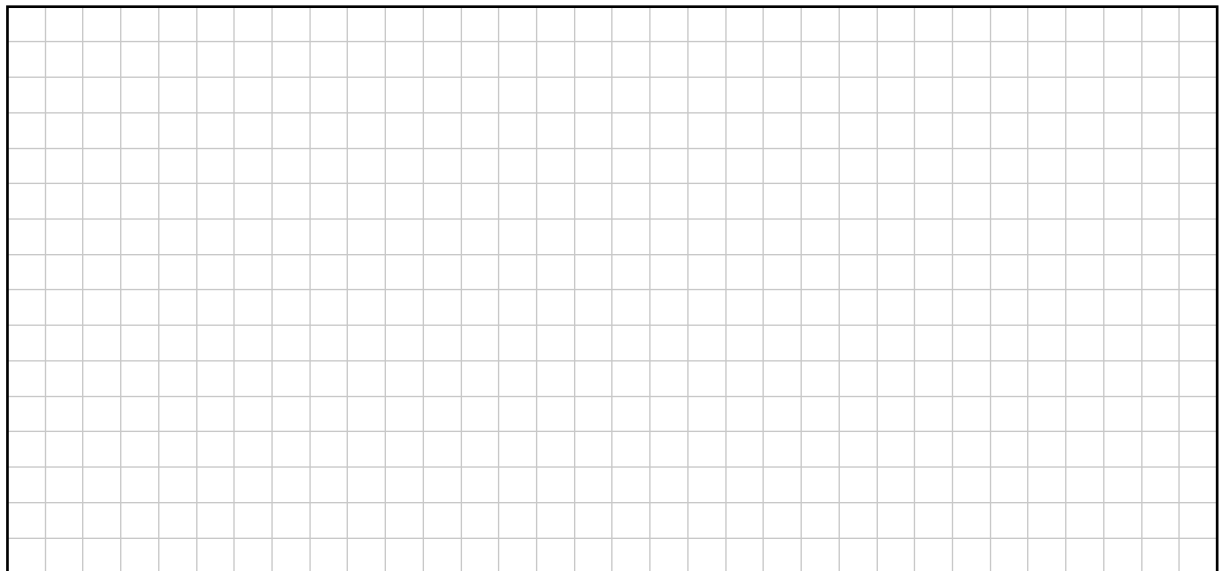
Airde na caidhpe: _____

Tá trastomhas x cm ag leathsféar.

Tugtar $V(x)$, toirt an leathsféir sin ina cm^3 , de réir:

$$V(x) = \frac{\pi}{12} x^3$$

- (c) Faigh luach x nuair is é toirt an leathsféir ná 3 lítear.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

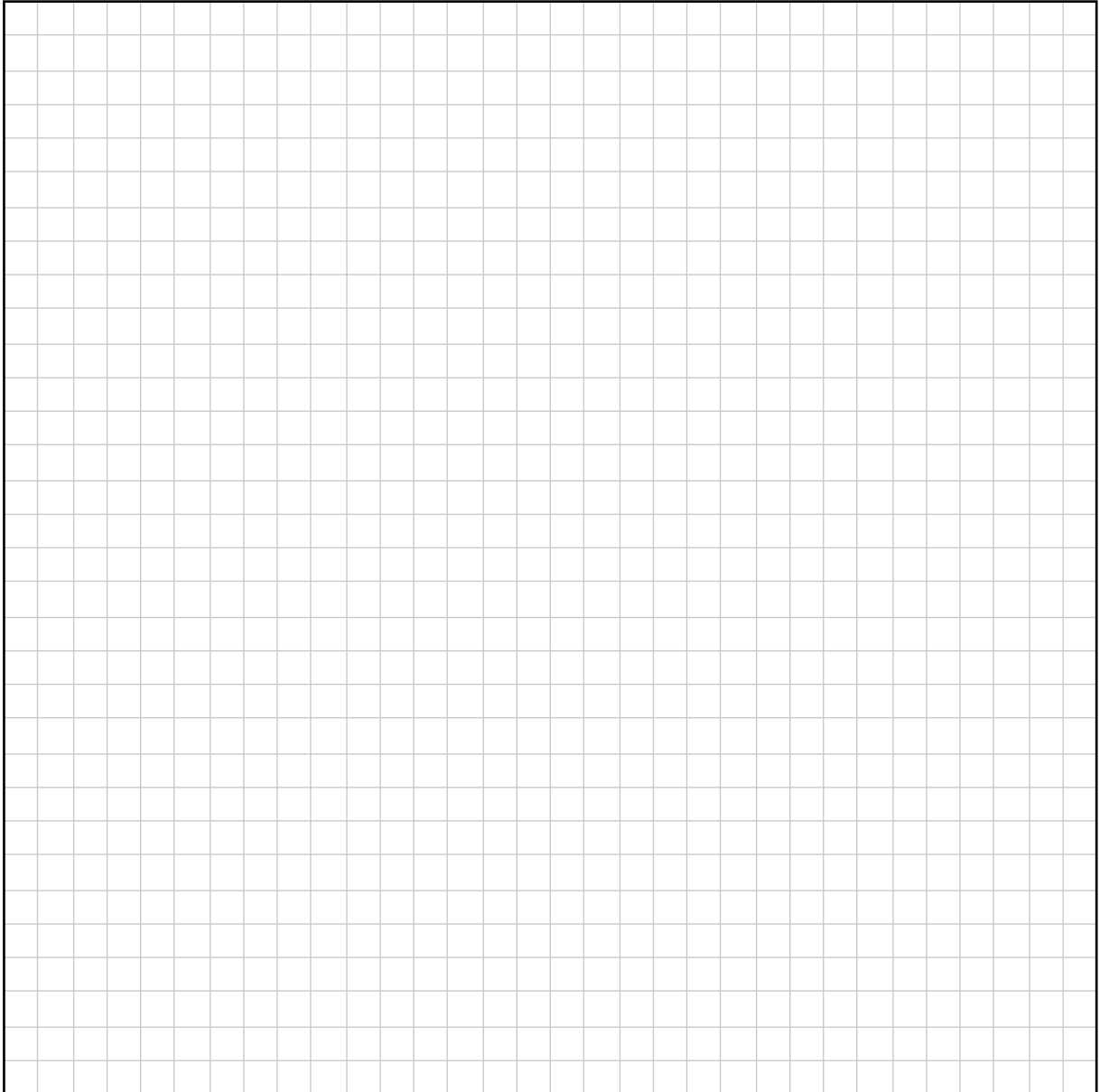


Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

(d) Tá toirt an leathsféir ag méadú ar ráta tairiseach 450 cm^3 sa soicind.

Faigh an ráta ag a bhfuil trastomhas (x) an leathsféir ag méadú i gcoibhneas leis an am, nuair atá $x = 20 \text{ cm}$. Bíodh do fhreagra ina cm sa soicind, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

Cuimhnigh gurb é toirt an leathsféir ná $V(x) = \frac{\pi}{12} x^3$.

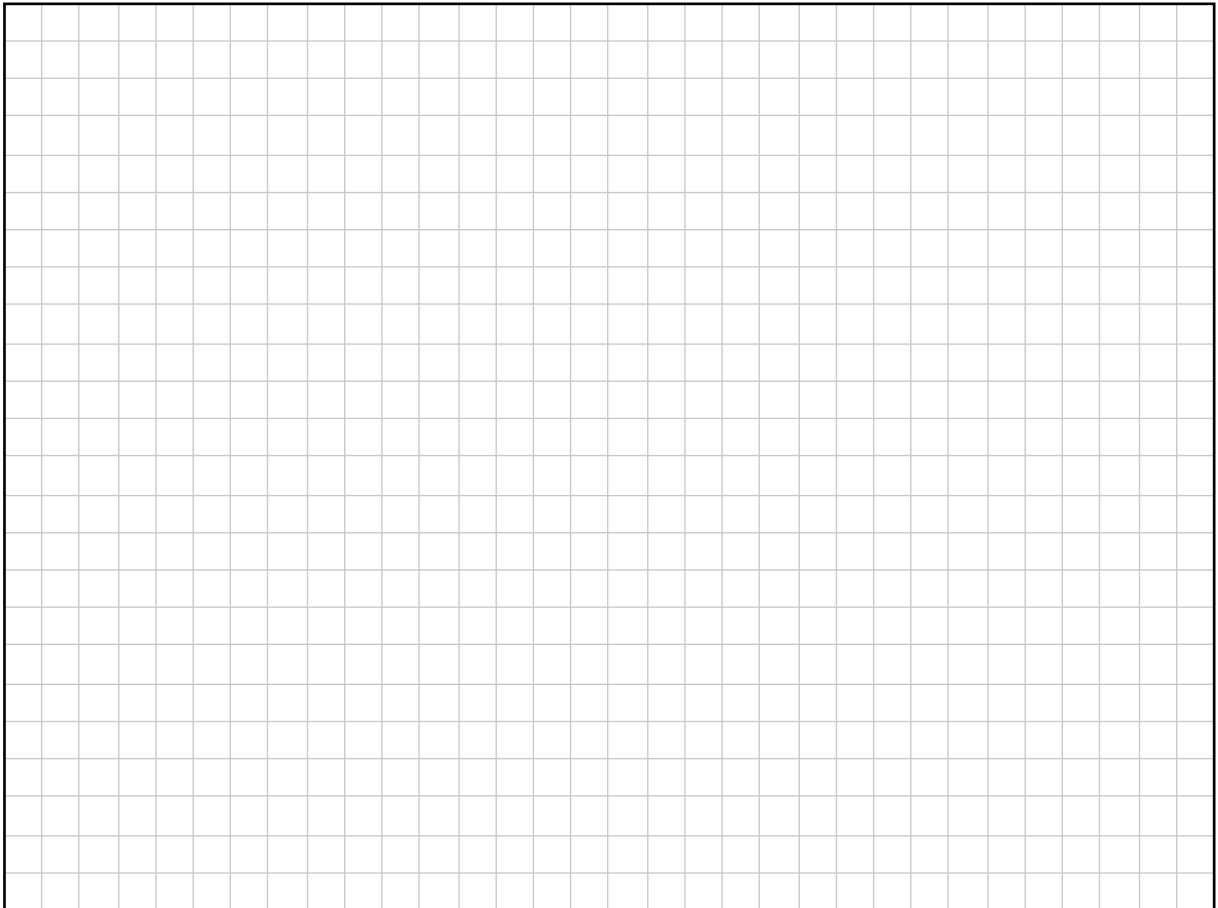


- (e) Tá ga r cm ag cón agus tá sé h cm ar airde.
Is féidir achar dhromchla cuar an chóin, S , a scríobh mar:

$$S = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$$

Atheagraigh é seo chun h a scríobh i dtéarmaí S , r , agus π .

Bíodh do fhreagra san fhoirm $\frac{\sqrt{S^2 - ar^n}}{br}$, áit ar tairisigh iad a , b , agus n .



Ceist 10**(50 marc)**

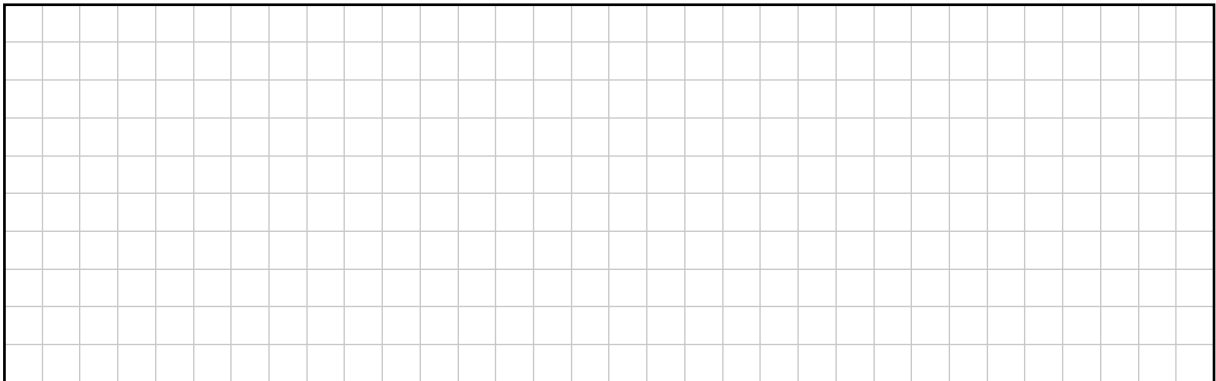
Déanann comhlacht plandaí a fhás agus a dhíol.

- (a) Sainítear an fheidhm $W(x)$ thíos. Is féidir í a úsáid chun airde planda spionáiste uisce, ina mm, a shamhaltú, le linn an chéad 35 lá tar éis dó tosú ag fás.

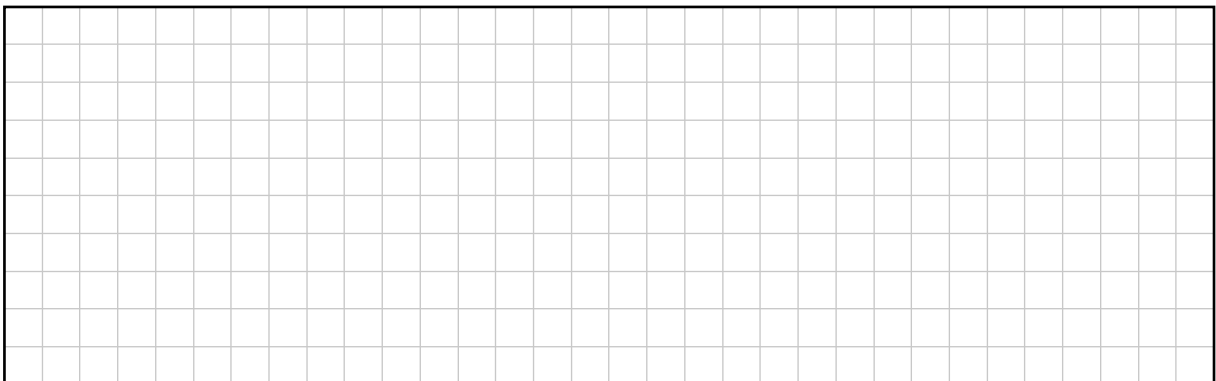
$$W(x) = 0.667x + 1.5x^2 - 0.025x^3$$

Anseo, is ionann x agus líon na laethanta tar éis don phlanda tosú ag fás, áit a bhfuil $0 \leq x \leq 35$, $x \in \mathbb{R}$.

- (i) Úsáid $W(x)$ chun airde planda spionáiste uisce tar éis 15 lá a mheas.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí an mm is gaire.



- (ii) Scríobh síos $W'(x)$, díorthach $W(x)$.



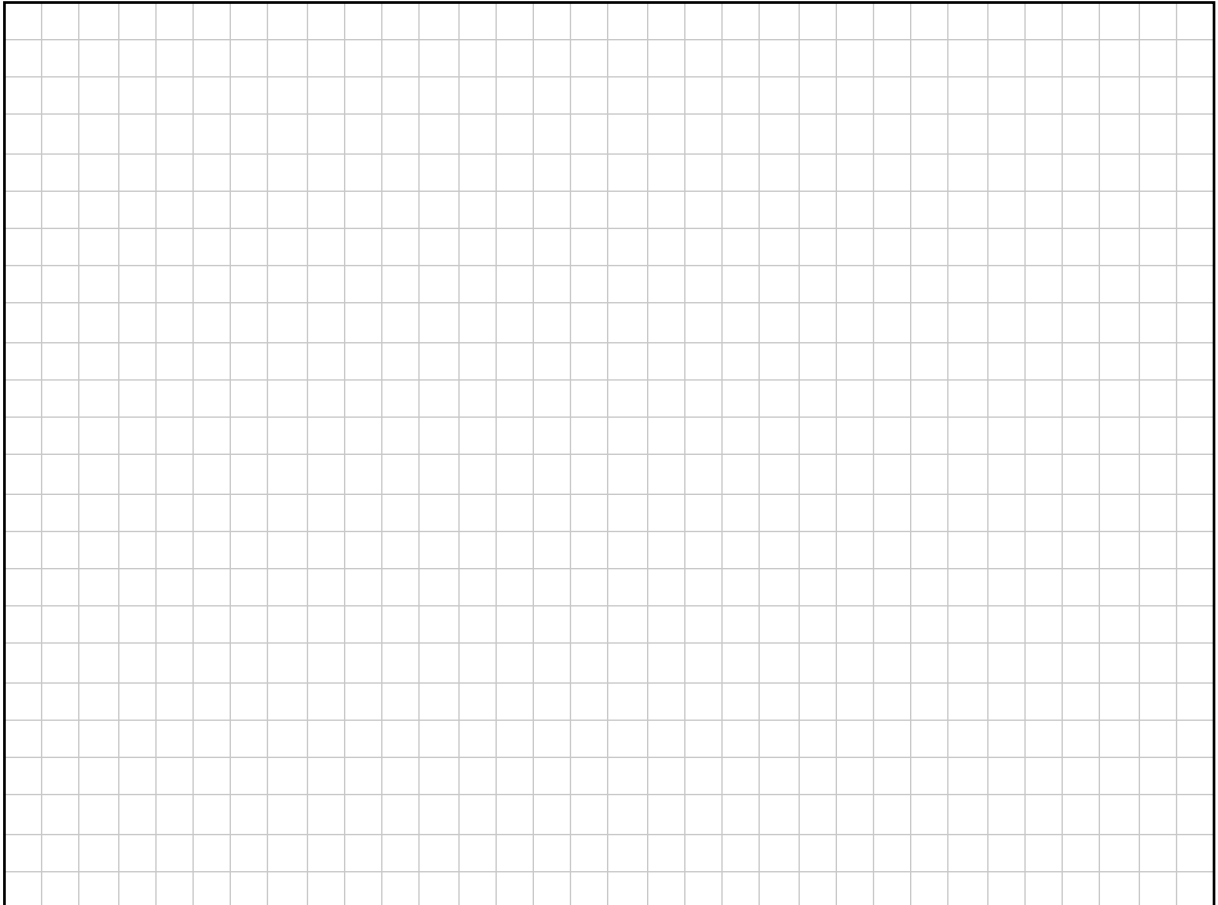
- (b) Is féidir airde planda eile a shamhaltú leis an bhfeidhm $P(x)$, áit arb é x arís líon na laethanta tar éis don phlanda tosú ag fás.

Is é díorthach na feidhme seo ná:

$$P'(x) = 1.1 + 2.73x - 0.078x^2$$

Faigh raon na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $P'(x) > 24$.

I do fhreagra, bíodh gach luach ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.



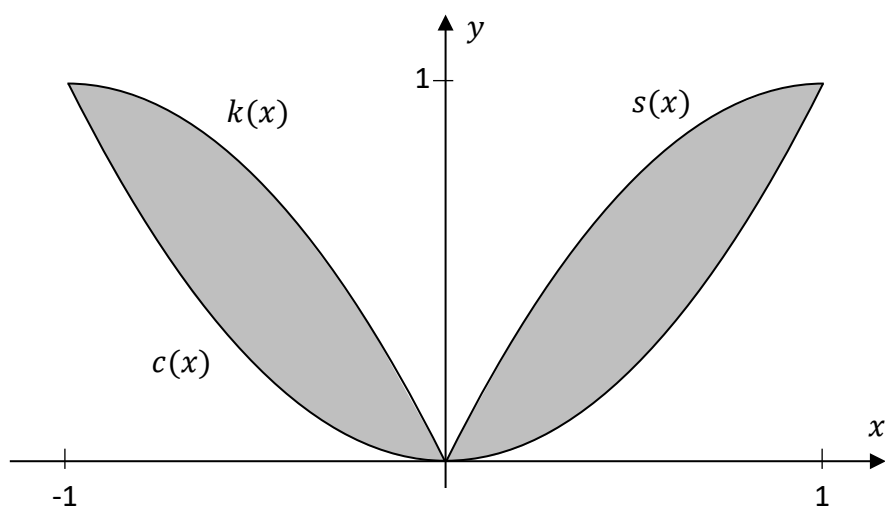
Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

- (c) Taispeántar lógó an chomhlachta ar an léaráid chomhordanáideach thíos. Is é an lógó an limistéar iniata ag trí chuar, sainithe ag na feidhmeanna c , s , agus k thíos:

$$c(x) = x^2, \quad \text{le haghaidh } -1 \leq x \leq 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$s(x) = 2x - x^2, \quad \text{le haghaidh } 0 \leq x \leq 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

Is é $k(x)$ íomhá $s(x)$ trí shiméadracht aiseach sa y -ais.



- (i) Úsáid suimeáil chun achar an lógó a oibriú amach.

Leid: faigh achar an lógó sa chéad cheathrú, agus ansin déan é a dhúbailt.



- (ii) Is féidir an fheidhm k a scríobh san fhoirm $k(x) = -x^2 + bx + c$, áit a bhfuil $b, c \in \mathbb{R}$ ina dtairisigh. Faigh luach b agus luach c .

Ná dearmad gurb é k íomhá s trí shiméadracht aiseach sa y -ais.

$b =$ _____	$c =$ _____
-------------	-------------

- (d) Sa pháirt seo, is tairisigh iad p agus r , le $p, r \in \mathbb{R}$ agus $0 < r < 0.9p$.

Díolann an comhlacht málaí bia plandaí.

Is é an gnáthphraghas ar mhála amháin ná € p .

Le linn sladmhargaidh, féadann custaiméir roghnú íoc trí Rogha 1 nó Rogha 2 mar a leanas:

- **Rogha 1:** an gnáthphraghas laghdaithe de 10%, agus laghdú breise € r anuas air sin.
- **Rogha 2:** an gnáthphraghas laghdaithe de € r , agus an praghas nua sin laghdaithe de 10% ansin.

Cé acu rogha (1 nó 2), más ceachtar díobh, is saoire?

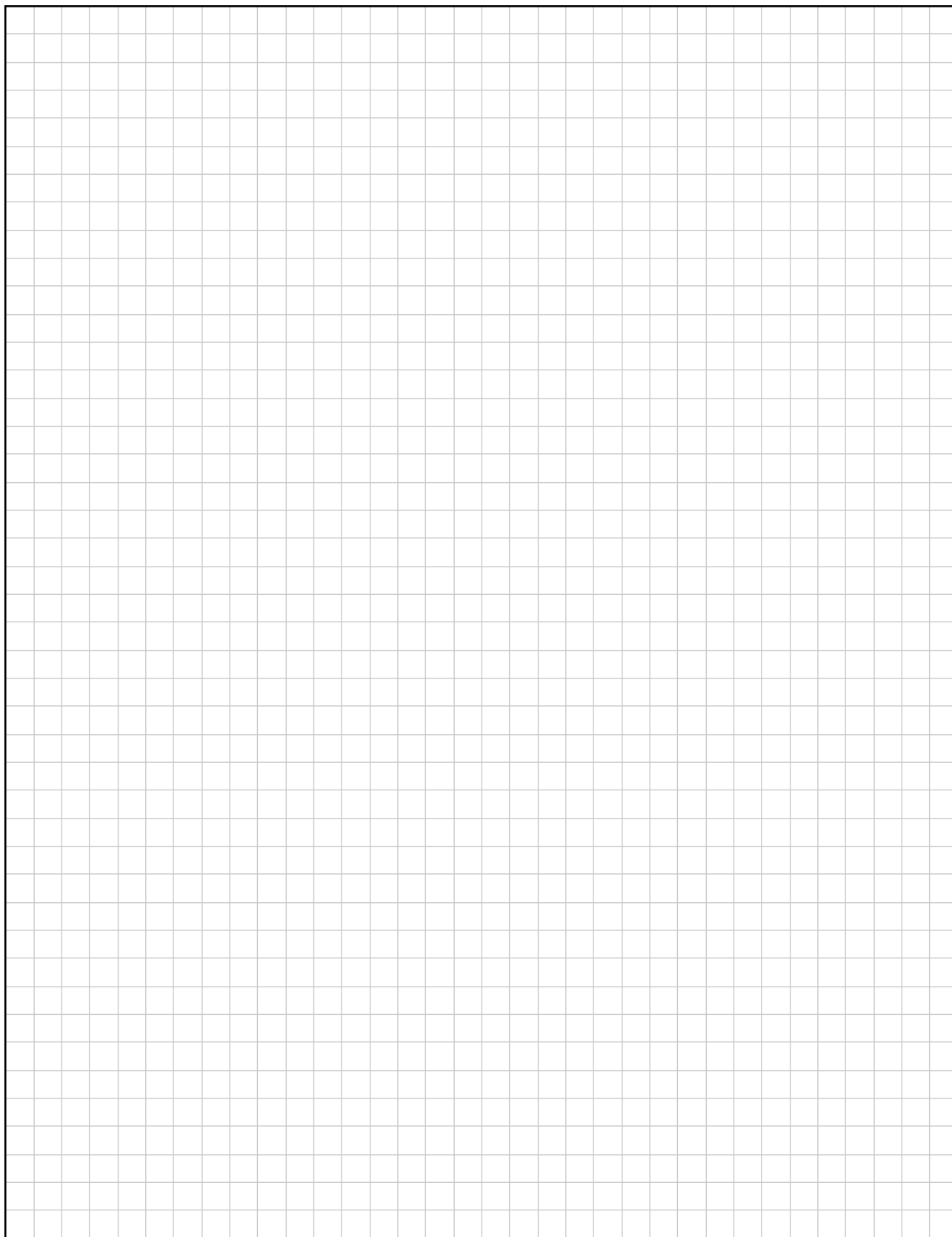
Scríobh an praghas le haghaidh gach rogha díobh (1 agus 2) i dtéarmaí p agus r , chun tacú le do fhreagra.

	Rogha 1	Rogha 2	Braitheann sé ar luach p agus luach r
An rogha is saoire:	☐	☐	☐
(Ná cuir tic (✓) ach i mbosca amháin)			

Praghas le haghaidh Rogha 1, i dtéarmaí p agus r :	
Praghas le haghaidh Rogha 2, i dtéarmaí p agus r :	

Leathanach le haghaidh obair bhreise.

Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir agus le páirt na ceiste.



Leathanach le haghaidh obair bhreise.

Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir agus le páirt na ceiste.

[illegible]

Ná scríobh ar an leathanach seo

Fógra cóipchirt

D'fhéadfadh sé go bhfuil téacsanna nó íomhánna sa scrúdpháipéar seo nach é Coimisiún na Scrúduithe Stáit úinéir an chóipchirt orthu, agus d'fhéadfadh sé gur athchóiríodh iad, chun críche an mheasúnaithe, gan cead na n-údar a fháil roimh ré. Ullmhaíodh an scrúdpháipéar seo de réir Alt 53(5) den *Acht um Chóipcheart agus Cearta Gaolmhara, 2000*. Ní údaraítear aon úsáid dá éis chun aon chríche ach amháin chun na críche dá bhfuil sé beartaithe. Ní ghlacann an Coimisiún aon dliteanas as sárú ar bith ar chearta tríú páirtí a eascraíonn as dáileadh ná as úsáid neamhúdaraíthe an scrúdpháipéir seo.

Scrúdú na hArdteistiméireachta – Ardleibhéal

Matamaitic Páipéar 1

Dé hAoine 7 Meitheamh

Tráthnóna 2:00 - 4:30