2022.M27T

2022L003G1IL

Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2022

Matamaitic

Páipéar 1

Gnáthleibhéal

Dé hAoine 10 Meitheamh   Tráthnóna 2:00 - 4:30

220 marc

Scrúduimhir	
Lá agus Mí do Bhreithe	Scríobh 3 Feabhra mar 0302, mar shampla
Stampa an Ionaid	

Rinneadh coigeartuithe ar scrúdpháipéir 2022 d'fhonn aon chur isteach ar an bhfoghlaim a tharla de bharr COVID-19 a chúiteamh. D'fhéadfadh sé nach bhfuil an struchtúr agus an leagan amach céanna ar an scrúdpháipéar seo is a bhí ar scrúdpháipéir i mblianta eile roimhe nó ina dhiaidh seo.

Ná scríobh ar an leathanach seo

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	120 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	100 marc	4 cheist

Freagair ceisteanna mar a leanas:

- **ceithre** cheist ar bith as Roinn A – Coincheapa agus Scileanna
- **dhá** cheist ar bith as Roinn B – Comhthéacsanna agus Feidhmeanna

Scríobh do Scrúduimhir sa bhosca ar an gclúdach tosaigh.

Scríobh do chuid freagraí le peann gorm nó le peann dubh. Is féidir leat peann luaidhe a úsáid i gcás graif agus léaráidí amháin.

Déanfar an leabhrán scrúdaithe seo a scanadh agus is ar scáileán a chuirfear do chuid oibre i láthair an scrúdaitheora. Mar sin is féidir nach bhfeicfidh an scrúdaitheoir aon rud a scríobhfaidh tú taobh amuigh de bhoscaí na bhfreagraí.

Scríobh na freagraí go léir sa leabhrán seo. Tá spás d'obair bhreise ag cúl an leabhráin. Más gá duit úsáid a bhaint as, lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfidh tú marcanna mura bhfuil obair thacaíochta ábhartha san áireamh agat i do réitigh.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtaispeánann tú na haonaid tomhais chuí sna freagraí, de réir mar a oireann.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na freagraí san fhoirm is simplí, de réir mar a oireann.

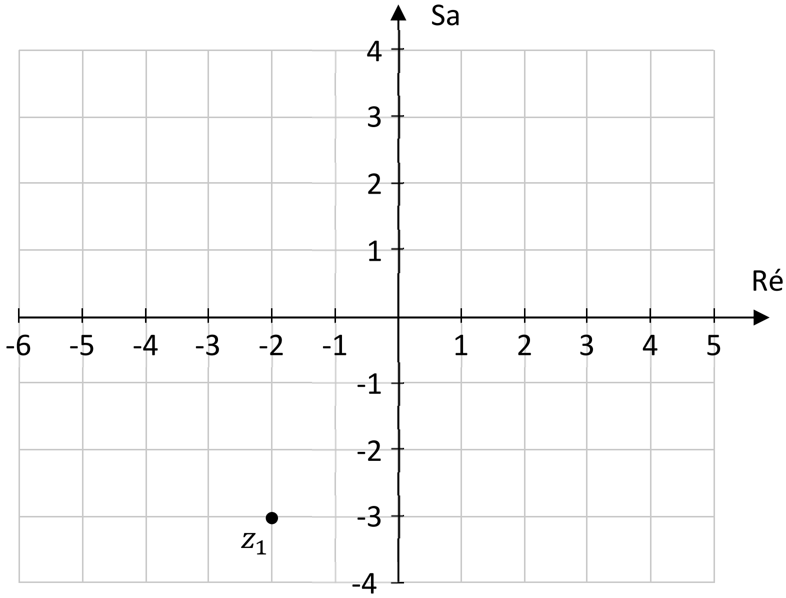
Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	120 marc

Freagair **ceithre cheist ar bith** as an roinn seo.

Ceist 1 **(30 marc)**

Taispeántar an uimhir choimpléascach z_1 ar an léaráid Argand thíos.



(a) Bain úsáid as an léaráid Argand agus:

(i) scríobh síos luachanna z_1 agus $\overline{z_1}$, áit arb é $\overline{z_1}$ comhchuingeach coimpléascach z_1

$z_1 =$ ☐ $\overline{z_1} =$ ☐

(ii) breac agus lipéadaigh $\overline{z_1}$ ar an léaráid Argand thuas.

Is dhá uimhir choimpléascacha eile iad z_2 agus z_3.

$z_2 = -5 + 3i$ agus $z_3 = 4 - 2i$, áit a bhfuil $i^2 = -1$.

(b) Breac agus lipéadaigh z_2 agus z_3 ar an léaráid Argand ar an leathanach roimhe.

(c) Scríobh $z_2 - z_3$ san fhoirm $a + bi$, áit a mbeidh $a, b \in \mathbb{R}$, $i^2 = -1$, **agus** uaidh sin faigh $|z_2 - z_3|$.

$z_2 - z_3 =$ ________________

$|z_2 - z_3| =$ ________________

(d) Fiosraigh an réiteach é $z_3 = 4 - 2i$ ar an gcothromóid $z^2 + 2iz - 7i = 0$.

Tátal: ______________________________________

Ceist 2 **(30 marc)**

(a) Réitigh an chothromóid seo a leanas in x:

$$2(3x-5)+8=4x-5$$

(b) Scríobh $\frac{(3^4)^5}{3^6}$ san fhoirm 3^k , áit a mbeidh $k \in \mathbb{R}$.

(c) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha thíos chun luach x agus luach y a fháil.

$$3x + 2y = 1$$
$$7x + 5y = -2$$

$x =$ ____________ $y =$ ____________

Ceist 3 **(30 marc)**

Is oibrithe ÍMAT iad Seosamh, Émile, agus Wei go léir.
Tá creidmheas cánach bliantúil €3300 ag gach duine acu.
Taispeántar a rátaí agus a mbandaí cánach sa tábla thíos.
Glac leis nach bhfuil aon rud eile le baint as a hioncam.

Ioncam Bliantúil	Ráta Cánach
An chéad €35 300	20%
An iarmhéid	40%

(a) Is é €27 500 ioncam bliantúil comhlán Sheosaimh. Is ar an ráta íseal amháin a íocann Seosamh cáin. Oibrigh amach glanioncam bliantúil Sheosaimh.

(b) Is é €43 450 ioncam bliantúil comhlán Émile.
Oibrigh amach glanioncam bliantúil Émile.

(c) Tá ioncam comhlán Wei os cionn €35 300 agus, mar sin, íocann sí cáin ar an dá ráta.

Tá ardú pá á lorg ag Wei.
Teastaíonn uaithi go méadófaí a glanioncam de €80 gach mí.

Oibrigh amach cén méadú is gá a bheith ar a h**ioncam bliantúil comhlán** i dtreo go dtarlóidh sé seo.

Ceist 4 **(30 marc)**

(a) $g(x) = x^3 - 7x^2 + x - 12$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

(i) Oibrigh amach luach $g(5)$.

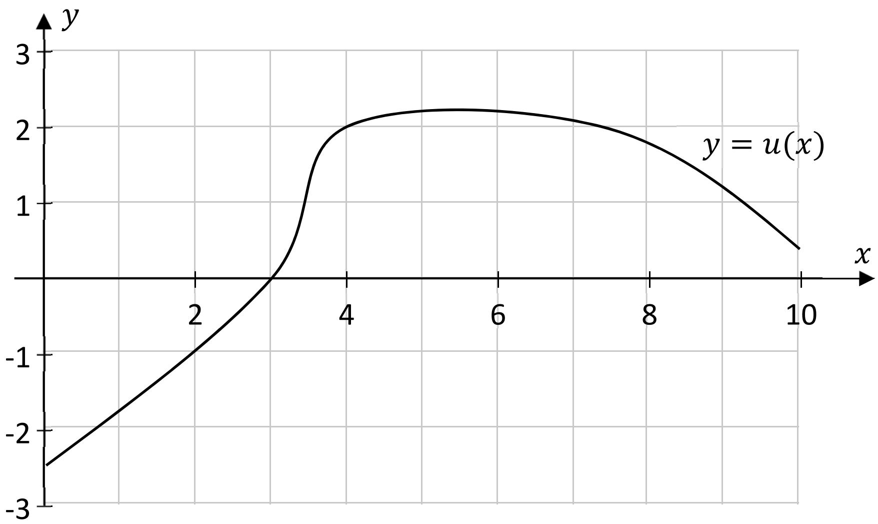
(ii) Faigh $g'(x)$, díorthach $g(x)$.

(iii) $g'(5) = 6$.

Bain úsáid as seo chun cothromóid an **tadhlaí** leis an gcuar $y = g(x)$, áit a bhfuil $x = 5$, a fháil.

Bíodh do fhreagra san fhoirm $ax + by + c = 0$, áit a mbeidh $a, b, c \in \mathbb{R}$.

(b) Taispeántar thíos graf na feidhme $y = u(x)$, le haghaidh $0 \leq x \leq 10$, $x \in \mathbb{R}$.



Is é $u'(x)$ díorthach $u(x)$.

(i) Bain úsáid as an ngraf agus scríobh síos luach ar x a fhágann go bhfuil $u'(x)$ **diúltach**.

$x =$ ☐

(ii) Ar an léaráid thuas, tarraing an tadhlaí le $u(x)$ ag an bpointe $(4, 2)$ **agus** úsáid an tadhlaí a tharraingíonn tú chun meastachán a dhéanamh ar luach $u'(4)$.

$u'(4) =$ ____________ , go neasach

Ceist 5 **(30 marc)**

(a) Scríobh gach ceann de na luachanna seo a leanas san fhoirm $a \times 10^n$, áit a mbeidh $1 \leq a < 10$ agus $n \in \mathbb{Z}$.

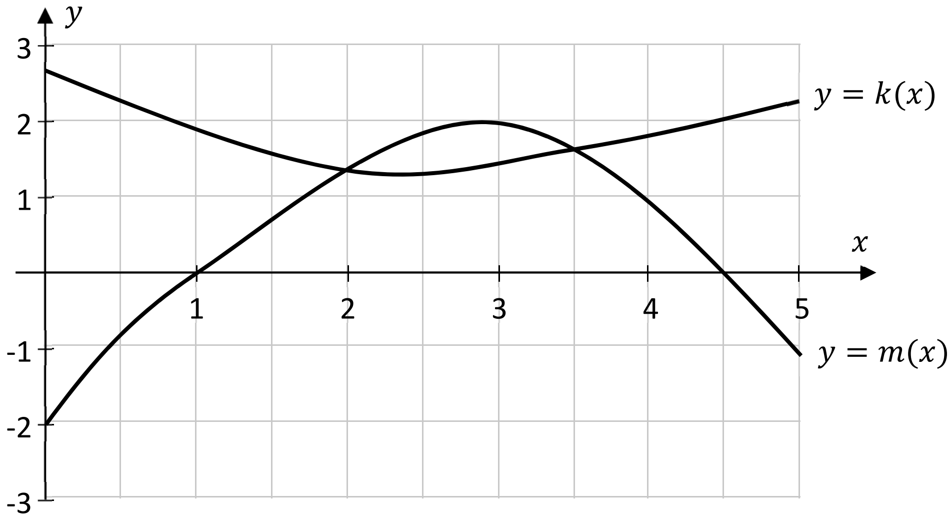
(i) 1200

(ii) $0{\cdot}27$

(b) Tá fabhcún ábalta tumadh ar luas 120 míle san uair.
Is ionann 1 míle agus $1{\cdot}6$ ciliméadar, a bheag nó a mhór.

Bain úsáid as seo chun a oibriú amach cé mhéad ama a thógfadh sé ar an bhfabhcún 100 méadar a thaisteal agus é ag tumadh ar an luas seo.
Bíodh do fhreagra ina shoicindí, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

(c) Sa léaráid thíos taispeántar graif na bhfeidhmeanna $k(x)$ agus $m(x)$, le haghaidh $0 \leq x \leq 5$, $x \in \mathbb{R}$.



Úsáid na graif chun meastachán a dhéanamh ar gach ceann díobh seo a leanas, le haghaidh $0 \leq x \leq 5$:

(i) an dá luach ar x a fhágann go bhfuil $m(x) = 0$

$x =$ ☐ nó $x =$ ☐

(ii) raon na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $k(x)$ níos lú ná $m(x)$.

Ceist 6 **(30 marc)**

Is leis an slonn seo a thugtar an nú téarma de sheicheamh comhbhreise, le haghaidh $n \in \mathbb{N}$:

$$T_n = -254 + (n-1)(4)$$

(a) **(i)** Faigh luach T_1 , an chéad téarma den seicheamh seo.

(ii) Faigh luach na comhbhreise don seicheamh seo (is é sin, $T_2 - T_1$).

(b) Faigh an luach is lú ar $n \in \mathbb{N}$ a fhágann go bhfuil

$$-254 + (n-1)(4) > 0$$

Freagra: $n =$ ___________

(c) Tugtar suim na chéad n téarma den seicheamh seo le $S_n = \frac{n}{2}[2(-254) + 4n - 4]$.

Réitigh an chothromóid seo a leanas le haghaidh $n \in \mathbb{N}$. Tabhair do d'aire go bhfuil $n \neq 0$.

$$\frac{n}{2}[2(-254) + 4n - 4] = 0$$

Freagra: $n =$ ____________

Roinn B	**Comhthéacsanna agus Feidhmeanna**	**100 marc**

Freagair **dhá cheist ar bith** as an roinn seo.

Ceist 7 **(50 marc)**

Tá seisiún traenála á dhéanamh ag Seosamh. Le linn an tseisiúin, tomhaistear ráta a chroí, $h(x)$, ina bhuillí sa nóiméad (BSN). Le haghaidh cuid den seisiún, is féidir an fheidhm seo a leanas a úsáid chun $h(x)$ a shamhaltú:

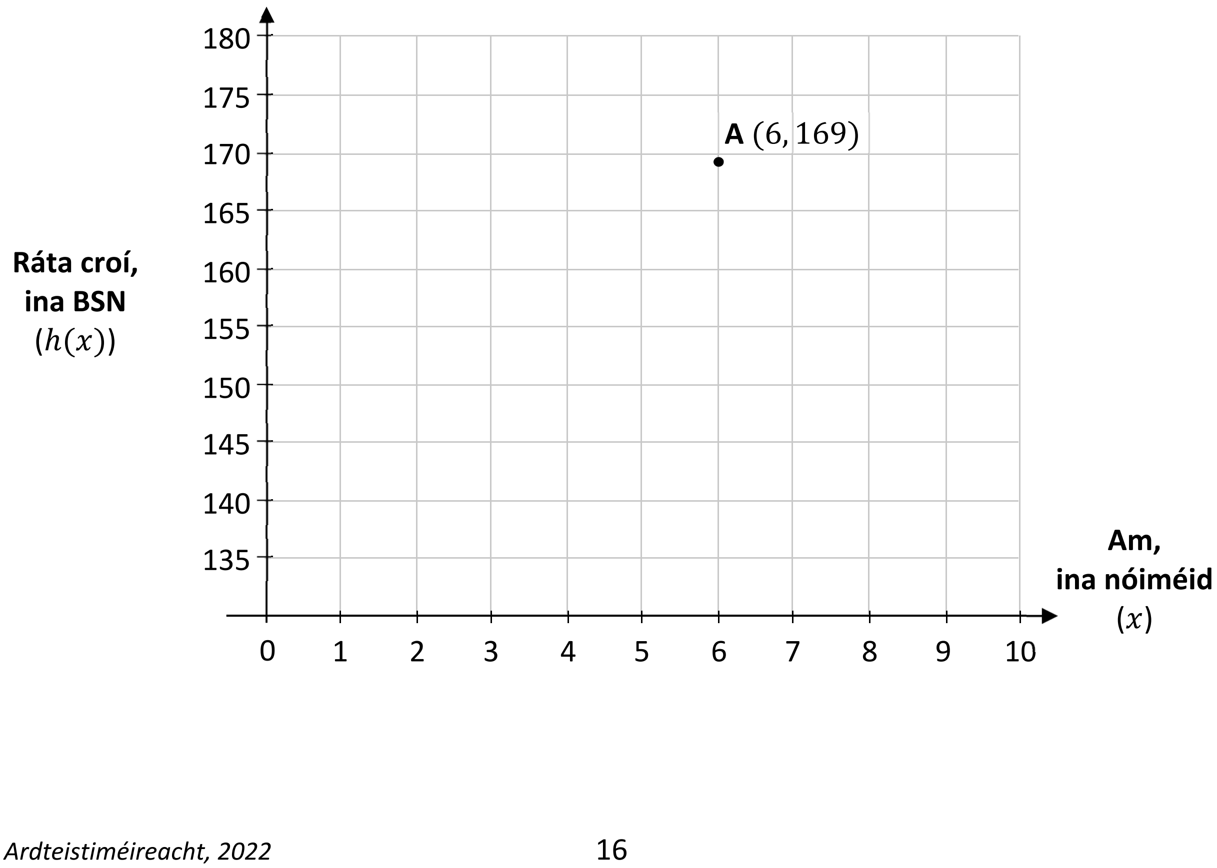
$$h(x) = -\,0{\cdot}38x^3 + 2{\cdot}6x^2 - 0{\cdot}13x + 158$$

áit arb é x an t-am, ina nóiméid, ó thús an tseisiúin, agus $0 \leq x \leq 6$, $x \in \mathbb{R}$.

(a) **(i)** Comhlánaigh an tábla thíos chun na luachanna ar $h(x)$ a thaispeáint le haghaidh na luachanna ar x a thugtar. Bíodh gach luach ar $h(x)$ ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

Am (nóiméid)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Ráta croí (BSN)		160		171			169

(ii) Tarraing graf de $y = h(x)$ ar na haiseanna thíos, le haghaidh $0 \leq x \leq 6$, $x \in \mathbb{R}$. Tabhair faoi deara go bhfuil an pointe **A** $(6, 169)$ ar an ngraf.



(b) Mínigh cad dó a seasann comhordanáidí an phointe **A** $(6, 169)$, i gcomhthéacs ráta croí Sheosaimh.

(c) Agus tú ag úsáid na scálaí agus na n-aiseanna céanna, lean ar aghaidh le do ghraf ar an leathanach roimhe chun an t-eolas seo a leanas a thaispeáint.
Ón bpointe atá léirithe ag **A** $(6, 169)$:

- fanann ráta croí Sheosaimh ar an ráta céanna ar feadh 2 nóiméad, agus ansin
- laghdaíonn sé ar ráta seasta 10 BSN sa nóiméad ar feadh 2 nóiméad.

(d) Le linn a sheisiúin traenála, is féidir líon na gcalraí atá á ndó in aghaidh an nóiméid ag Seosamh tar éis x nóiméad a shamhaltú le $c(x)$ mar a leanas, áit arb é $h(x)$ ráta croí Sheosaimh ag an bpointe sin:

$$c(x) = 0{\cdot}1\, h(x) - 7$$

Agus tú ag úsáid an eolais sa tábla nó ar an ngraf, oibrigh amach $c(6)$, líon na gcalraí atá á ndó in aghaidh an nóiméid ag Seosamh 6 nóiméad tar éis thús an tseisiúin.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

(e) Tá uaireadóir cliste ag Seosamh a dhéanann bíog gach 15 shoicind i rith an tseisiúin. Déanann sé bíog an chéad uair ag $2:55$ p.m. díreach, agus a sheisiún á thosú ag Seosamh. Déanann sé bíog an uair dheireanach ag $3:23$ p.m. díreach, agus a sheisiún á chríochnú ag Seosamh.

Oibrigh amach cé mhéad uair, san iomlán, a dhéanann an t-uaireadóir cliste bíog i rith an tseisiúin, an chéad bhíog agus an bhíog dheireanach san áireamh.

(f) Réitigh an chothromóid

$$h'(x) = -1{\cdot}14x^2 + 5{\cdot}2x - 0{\cdot}13 \;\; = 0$$

chun a fháil amach cé mhéad ama tar éis thús an tseisiúin a bhíonn ráta croí Sheosaimh ar an ráta uasta, le haghaidh $0 \leq x \leq 6$, $x \in \mathbb{R}$.
Bíodh do fhreagra ina nóiméid, ceart go dtí 2 ionad dheachúlacha.

Ceist 8 **(50 marc)**

(a) Is eolaí í Jessica. Tá tuaslagán aigéid á dhéanamh suas ag Jessica.
Tá dhá bhuidéal éagsúla aici, agus tiúchan aigéid mar a leanas i ngach ceann díobh:

Buidéal A	Buidéal B
Tiúchan: 12%	Tiúchan: 5%

Ciallaíonn sé sin, mar shampla, go bhfuil 12 ml d'aigéad i ngach 100 ml den leacht i mBuidéal **A**.

(i) Oibrigh amach cé mhéad ml d'aigéad atá in 200 ml den leacht as Buidéal **A**.

(ii) Meascann Jessica 200 ml den leacht as Buidéal **A** le 300 ml den leacht as Buidéal **B**.
Oibrigh amach tiúchan fhoriomlán an aigéid i meascán Jessica.
Bíodh do fhreagra ina chéatadán.

(iii) Mínigh cén fáth **nach** bhféadfadh Jessica tuaslagán a dhéanamh a mbeadh tiúchan 4% d'aigéad ann nuair a mheascann sí leacht as Buidéal **A** le leacht as Buidéal **B**.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

(iv) Nuair a bhíonn meascán eile á dhéanamh aici, déanann Jessica botún agus í ag tomhas. Teastaíonn uaithi 250 ml a thomhas amach ach tomhaiseann sí 260 ml ina ionad sin.

Oibrigh amach an earráid chéatadánach sa tomhas seo.

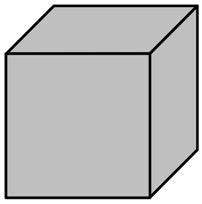
(b) Má tá solad déanta d’aghaidheanna a bhfuil ciumhaiseanna díreacha orthu, ansin is minic a bhíonn an t-ionannas seo a leanas fíor:

$$C - E + F = 2$$

áit arb é: C líon na gcúinní,
E líon na gciumhaiseanna, agus
F líon na n-aghaidheanna.

(i) Scríobh síos na luachanna ar C, E, agus F i gcás ciúib, **agus** taispeáin go bhfuil $C - E + F = 2$ le haghaidh na luachanna seo.

Tá an luach ar E líonta isteach cheana féin.



$C =$ [ ] $E =$ [12] $F =$ [ ]

(ii) Tá gach aghaidh ar sholad **eile** i gcruth triantáin a bhfuil achar 5 cm^2 ann.

Tá 12 chúinne (C), agus 30 ciumhais (E) ar an solad sin, agus tá $C - E + F = 2$ le haghaidh an tsolaid sin.

Oibrigh amach achar dromchla an tsolaid sin, ina cm^2.

(iii) Tá an dromchla ar an **tríú** solad déanta de h heicseagán agus p peinteagán, áit a bhfuil $h, p \in \mathbb{N}$. I gcás an tsolaid seo:

$$\frac{6h + 5p}{3} - \frac{6h + 5p}{2} + h + p = 2$$

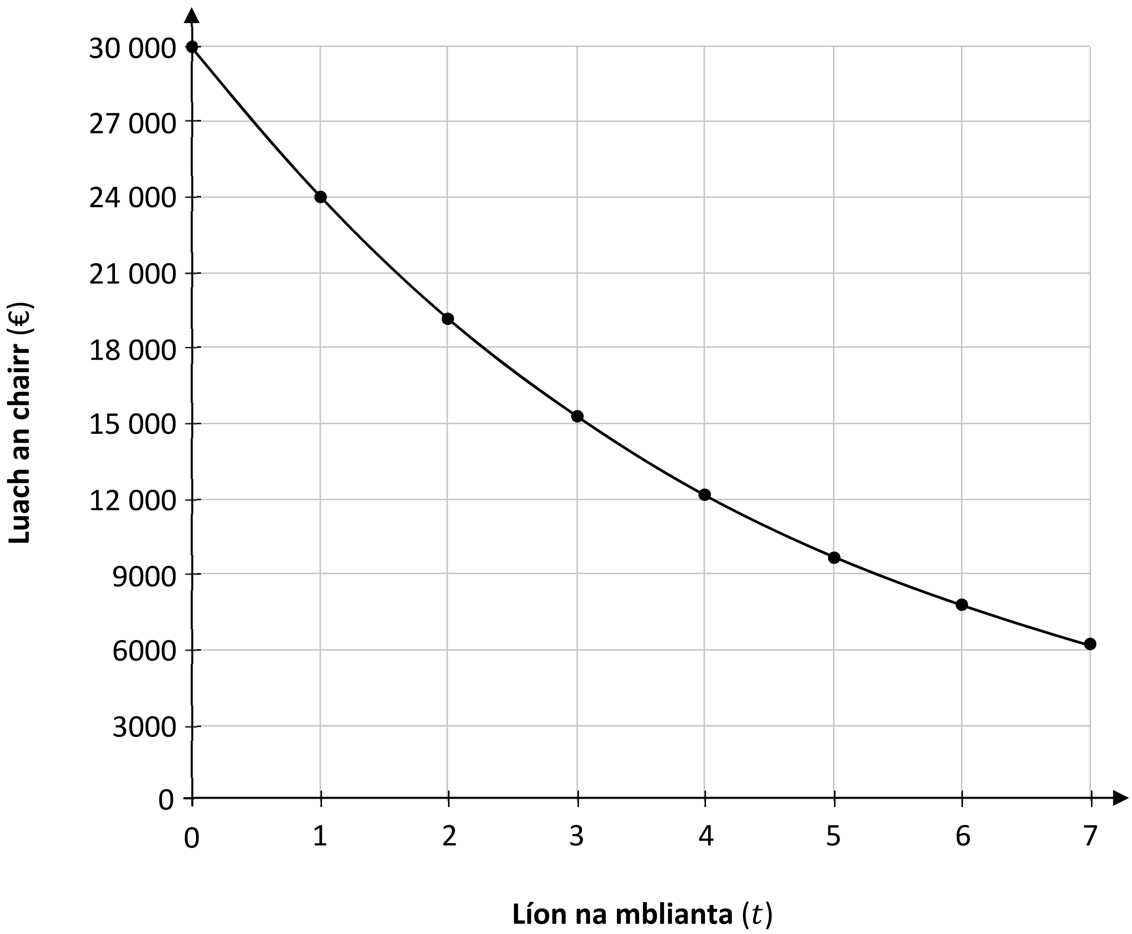
Bain úsáid as an gcothromóid seo chun líon na bpeinteagán i ndromchla an tsolaid seo (is é sin, luach p) a fháil.

$p =$ ____________

Ceist 9 **(50 marc)**

Ceannaíonn Brian carr nua.

Seasann an graf thíos do shamhaltán is féidir a úsáid chun luach an chairr seo, V, sna blianta beaga atá le teacht, a thuar. Glactar leis sa samhaltán seo go laghdaíonn (go ndímheasann) luach an chairr de **chéatadán** seasta gach bliain.



(a) **(i)** Bain úsáid as an ngraf chun $V(0)$, luach tosaigh charr Bhriain, **agus** $V(1)$, luach charr Bhriain tar éis 1 bhliain, a scríobh síos.

$V(0) =$ €

$V(1) =$ €

(ii) Taispeáin go laghdóidh luach an chairr de 20% sa chéad bliain, de réir an tsamhaltáin seo.

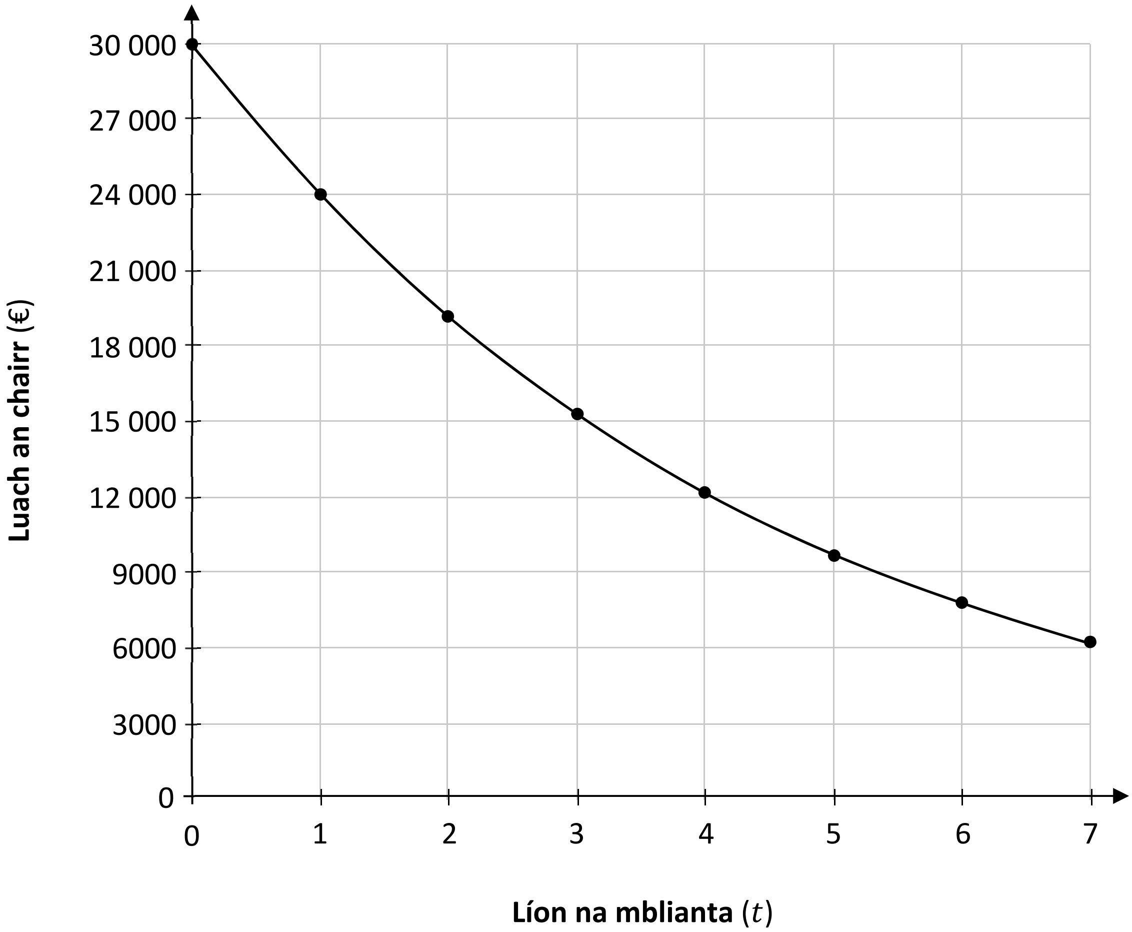
(b) **(i)** Bunaithe ar an samhaltán seo, scríobh foirmle le haghaidh $V(t)$, luach charr Bhriain tar éis t bliana, i dtéarmaí aois an chairr (t).

Bain úsáid as an bhfíric go laghdaíonn luach an chairr 20% gach bliain.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, oibrigh amach luach charr Bhriain tar éis 4 bliana, de réir an tsamhaltáin seo. Taispeáin an t-oibriú amach.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

(c) Taispeántar an graf ó **chuid (a)** arís thíos.



Glactar leis i samhaltán difriúil (líneach) go laghdaíonn (go ndímheasann) luach an chairr **méid** seasta gach bliain. Laghdóidh luach an chairr de 20% sa chéad bliain, de réir an tsamhaltáin seo freisin.

(i) Tarraing líne ar an léaráid thuas, tríd an gcéad dá phointe ar an ngraf mar a bhfuil luachanna t ina slánuimhreacha ($t = 0$ agus $t = 1$). Lean ar aghaidh le do líne go dtí go shroicheann sí an ais chothrománach.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, déan meastachán ar T, aois charr Bhriain nuair is é €0 a luach, de réir an tsamhaltáin nua seo.

(d) €19 445 an praghas atá ar charr nua a cheannaíonn Éabha.

Íocann sí 30% den phraghas seo mar éarlais agus déanann sí aisíocaíochtaí €206·97 in aghaidh na míosa ar feadh na 3 bliana ina dhiaidh sin. Ag deireadh na 3 bliana, íocann sí cnapshuim bhreise €7389.

Oibrigh amach costas iomlán an chairr ar Éabha.

(e) Tiomáineann Éabha a carr abhaile ón ngaráiste, fad 12 km.

Tiomáineann Éabha an turas seo ar mheánluas 60 km/uair de ghnáth. An lá seo, áfach, tá oibreacha bóthair ann, agus dá bharr sin, is ar mheánluas 40 km/uair a dhéanann sí an turas.

Oibrigh amach an méadú céatadánach ar an am a thógann sé ar Éabha tiomáint abhaile, de bharr na n-oibreacha bóthair.

Ceist 10 **(50 marc)**

Imríonn Keith iománaíocht.

(a) Le linn cluiche, bhuail Keith an liathróid lena chamán.
D'fhéadfaí airde na liathróide a shamhaltú leis an gcothromóid chearnach seo a leanas:

$$h = -2t^2 + 5\text{t} + 1{\cdot}2$$

áit arb é h airde na liathróide, ina méadair, t soicind tar éis í a bhualadh, agus $t \in \mathbb{R}$.

(i) Cé chomh hard, ina méadair, leis an liathróid nuair a buaileadh í (nuair a bhí $t = 0$)?

(ii) Rugadh ar an liathróid tar éis $2{\cdot}4$ soicind.
Cé chomh hard, ina méadair, leis an liathróid nuair a rugadh uirthi?

(iii) Nuair a thrasnaigh an liathróid an líne leathbhealaigh, bhí sí 3·2 méadar in airde agus a hairde ag laghdú.

Cé mhéad soicind tar éis í a bhualadh a thrasnaigh an liathróid an líne leathbhealaigh? Cuimhnigh air go bhfuil $h = -2t^2 + 5\text{t} + 1{\cdot}2$.

Freagra: ____________

(iv) Faigh $\frac{dh}{dt}$ **agus** uaidh sin faigh an méid ama a thóg sé ar an liathróid a huasairde a shroicheadh. Bíodh do fhreagra ina shoicindí.

$\frac{dh}{dt} =$ ________________________________

An fad ama = _______________

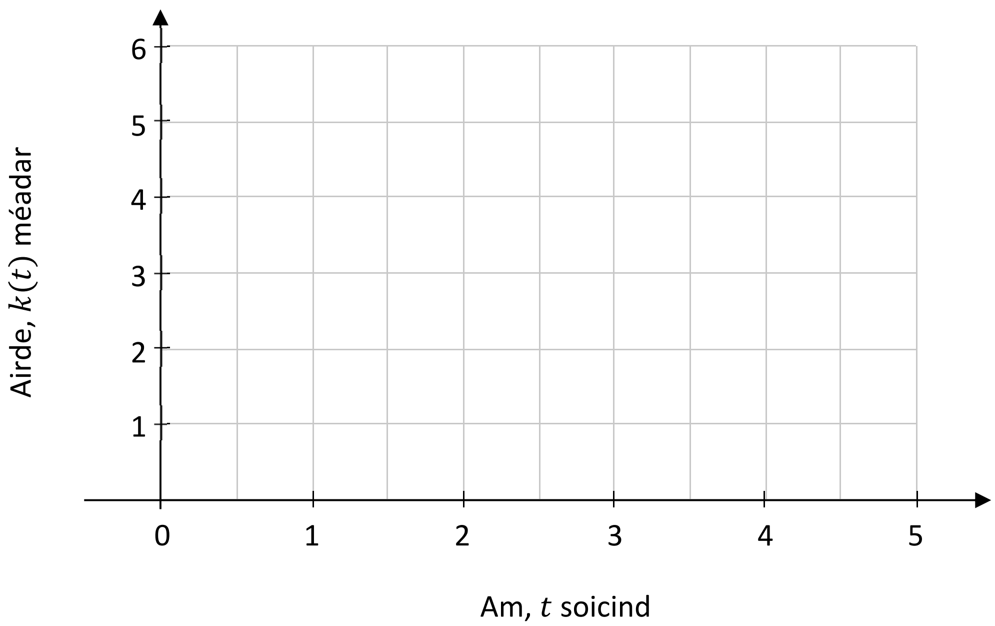
Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

(b) Níos déanaí sa chluiche, bhuail Keith an liathróid arís. An uair sin, d'fhéadfaí airde na liathróide, t soicind tar éis í a bhualadh, a shamhaltú le cothromóid chearnach dhifriúil, $y = k(t)$, áit a mbeadh k ina mhéadair.

An uair sin, bhí an liathróid 1 mhéadar in airde nuair a bhuail Keith í.
Ba é 5 mhéadar an uasairde a shroich sí, agus shroich sí an uasairde sin tar éis 2 shoicind.
Bhuail sí an talamh gan aon duine breith uirthi.

Agus úsáid á bhaint agat as an eolas thuas, scríobh síos comhordanáidí trí phointe **a chaithfidh** a bheith ar ghraf $y = k(t)$, **agus** tarraing graf $y = k(t)$ ar na haiseanna thíos, ón am a buaileadh an liathróid go dtí an t-am a bhuail sí an talamh.

Pointí: (,) , (,) , agus (,)



(c) **(i)** Ceannaíonn Keith camán nua. Cosnaíonn sé €33 de ghnáth.
Is mac léinn é Keith agus faigheann sé lascaine 15%.
Oibrigh amach an praghas a íocann Keith ar an gcamán.

(ii) Ceannaíonn Keith geansaí freisin. Cosnaíonn sin €$49{\cdot}50$, CBL 23% san áireamh.
Oibrigh amach an **CBL** ar an ngeansaí seo. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an cent is gaire.

Leathanach le haghaidh obair bhreise.
Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.

Leathanach le haghaidh obair bhreise.
Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.

Ná scríobh ar an leathanach seo

Fógra cóipchirt
D'fhéadfadh sé go bhfuil téacsanna nó íomhánna sa scrúdpháipéar seo nach é Coimisiún na Scrúduithe Stáit úinéir an chóipchirt orthu, agus d'fhéadfadh sé gur athchóiríodh iad, chun críche an mheasúnaithe, gan cead na n-údar a fháil roimh ré. Ullmhaíodh an scrúdpháipéar seo de réir Alt 53(5) den *Acht um Chóipcheart agus Cearta Gaolmhara, 2000*. Ní údaraítear aon úsáid dá éis chun aon chríche ach amháin chun na críche dá bhfuil sé beartaithe. Ní ghlacann an Coimisiún aon dliteanas as sárú ar bith ar chearta tríú páirtí a eascraíonn as dáileadh ná as úsáid neamhúdaraithe an scrúdpháipéir seo.

Scrúdú na hArdteistiméireachta – Gnáthleibhéal

Matamaitic Páipéar 1

Dé hAoine 10 Meitheamh

Tráthnóna 2:00 - 4:30