



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

Scrúdú na hArdteistiméireachta 2020

Matamaitic

Páipéar 1

Ardleibhéal

2 uair 30 nóiméad

300 marc

Scrúduimhir

----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

Lá agus Mí do Bhreithe

----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

Mar shampla, cuirtear
3 Feabhra isteach mar 0302

Stampa an Ionaid

--

Ná scríobh ar an leathanach seo

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	3 cheist

Freagair na naoi gceist go léir.

Scríobh do Scrúduimhir sa bhosca atá ar an gclúdach tosaigh.

Scríobh do chuid freagraí le peann gorm nó le peann dubh. Is féidir leat peann luaidhe a úsáid i gcás graif agus léaráidí amháin.

Déanfar an leabhrán scrúdaithe seo a scanadh agus is ar scáileán a chuirfear do chuid oibre i láthair an scrúdaitheora. Mar sin is féidir nach bhfeicfidh an scrúdaitheoir aon rud a scríobhfaidh tú taobh amuigh de bhoscaí na bhfreagraí.

Scríobh na freagraí go léir sa fhreagarleabhar seo. Tá spás d'obair bhreise ag cúl an leabhráin. Má bhaineann tú úsáid as, lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfidh tú marcanna mura bhfuil obair thacaíochta ábhartha san áireamh agat i do réitigh.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na haonaid tomhais chuí sna freagraí, de réir mar a oireann.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na freagraí san fhoirm is simplí, de réir mar a oireann.

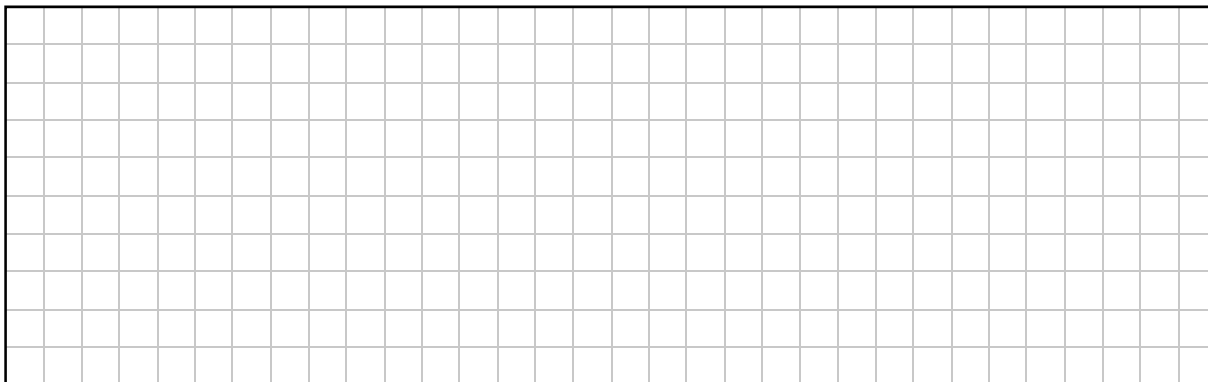
Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

Freagair na sé cheist go léir as an roinn seo.

Ceist 1**(25 marc)**

(a) $f(x) = x^2 + 5x + p$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$, $-3 \leq p \leq 8$, agus $p \in \mathbb{Z}$.

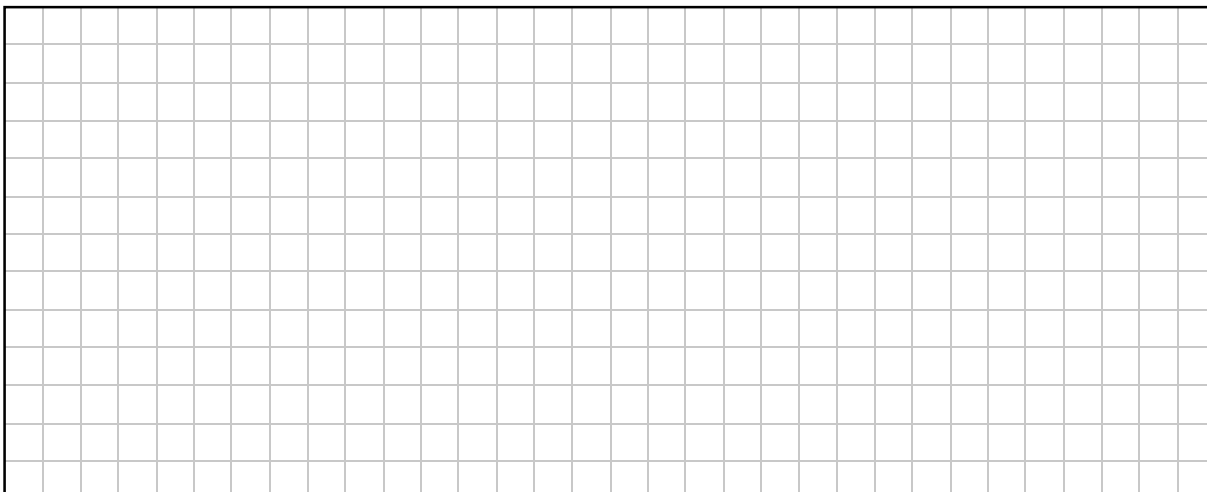
(i) Faigh luach p a fhágann go bhfuil $x + 3$ ina fhachtóir ag $f(x)$.



(ii) Faigh luach p a fhágann go bhfuil fréamhacha ag $f(x)$ a bhfuil difríocht 3 eatarthu.



(iii) Faigh an dá luach ar p a fhágann nach dtrasnóidh graf $f(x)$ an x -ais.



(b) Faigh raon na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $|2x + 5| - 1 \leq 0$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

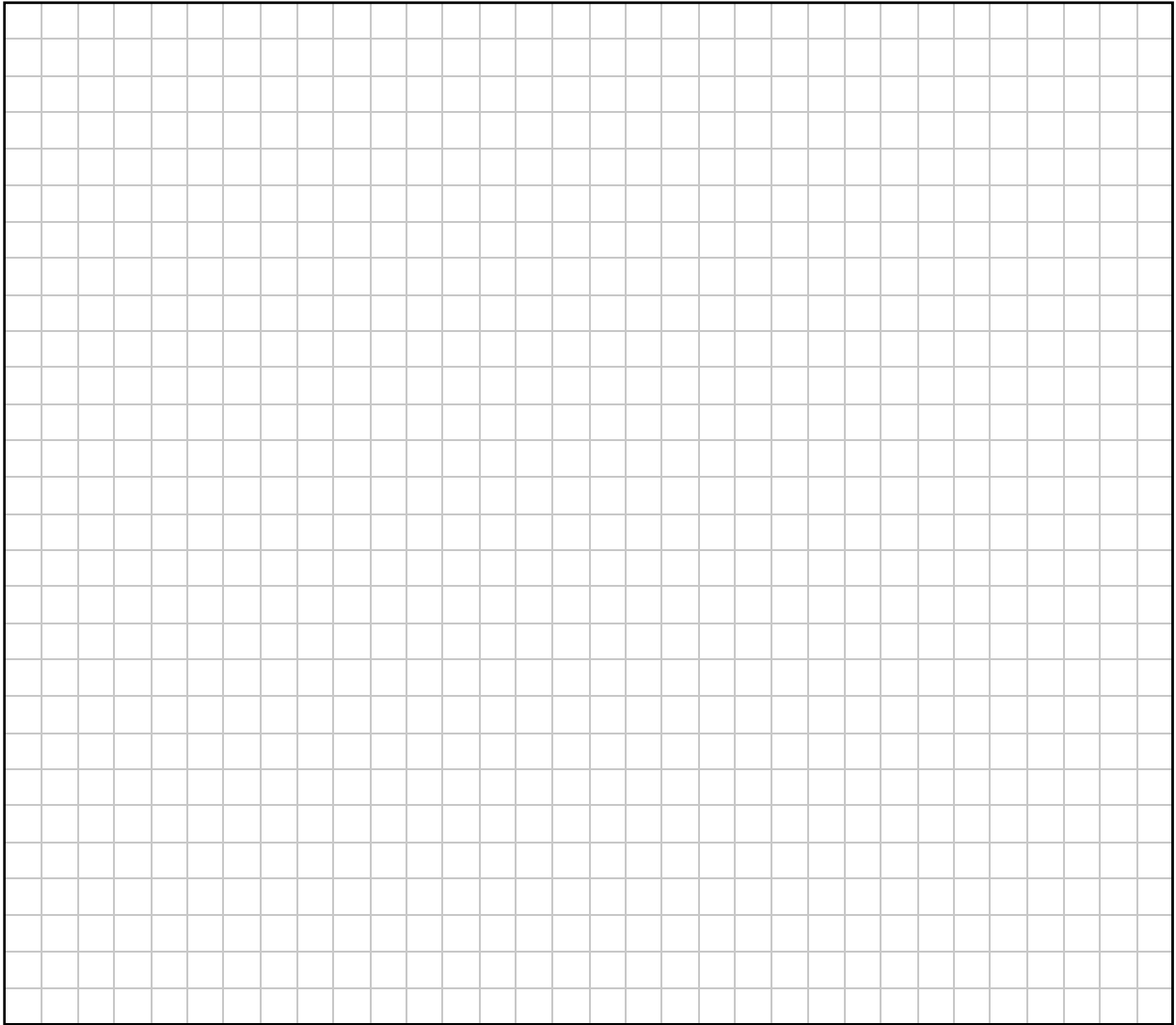


Ceist 2**(25 marc)**

- (a) Faigh an dá uimhir choimpléascacha z_1 agus z_2 a shásaíonn na cothromóidí comhuaineacha seo a leanas, áit a bhfuil $i^2 = -1$:

$$\begin{aligned} iz_1 &= -4 + 3i \\ 3z_1 - z_2 &= 11 + 17i. \end{aligned}$$

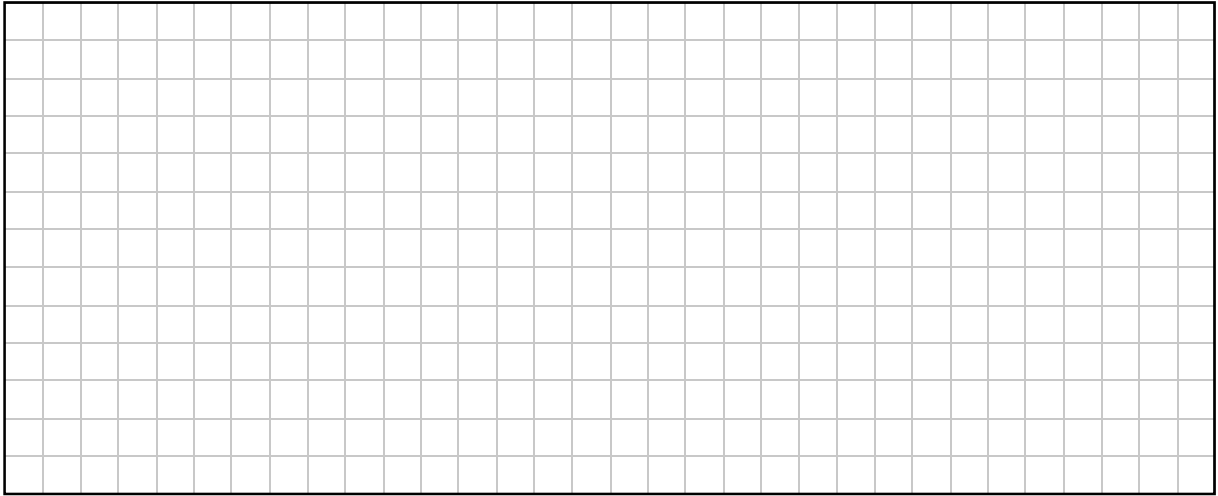
Bíodh do fhreagraí san fhoirm $a + bi$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{Z}$.



(b) Is iad na huimhreacha coimpléascacha $3 + 2i$ agus $5 - i$ an chéad dá théarma de sheicheamh **iolraíoch**.

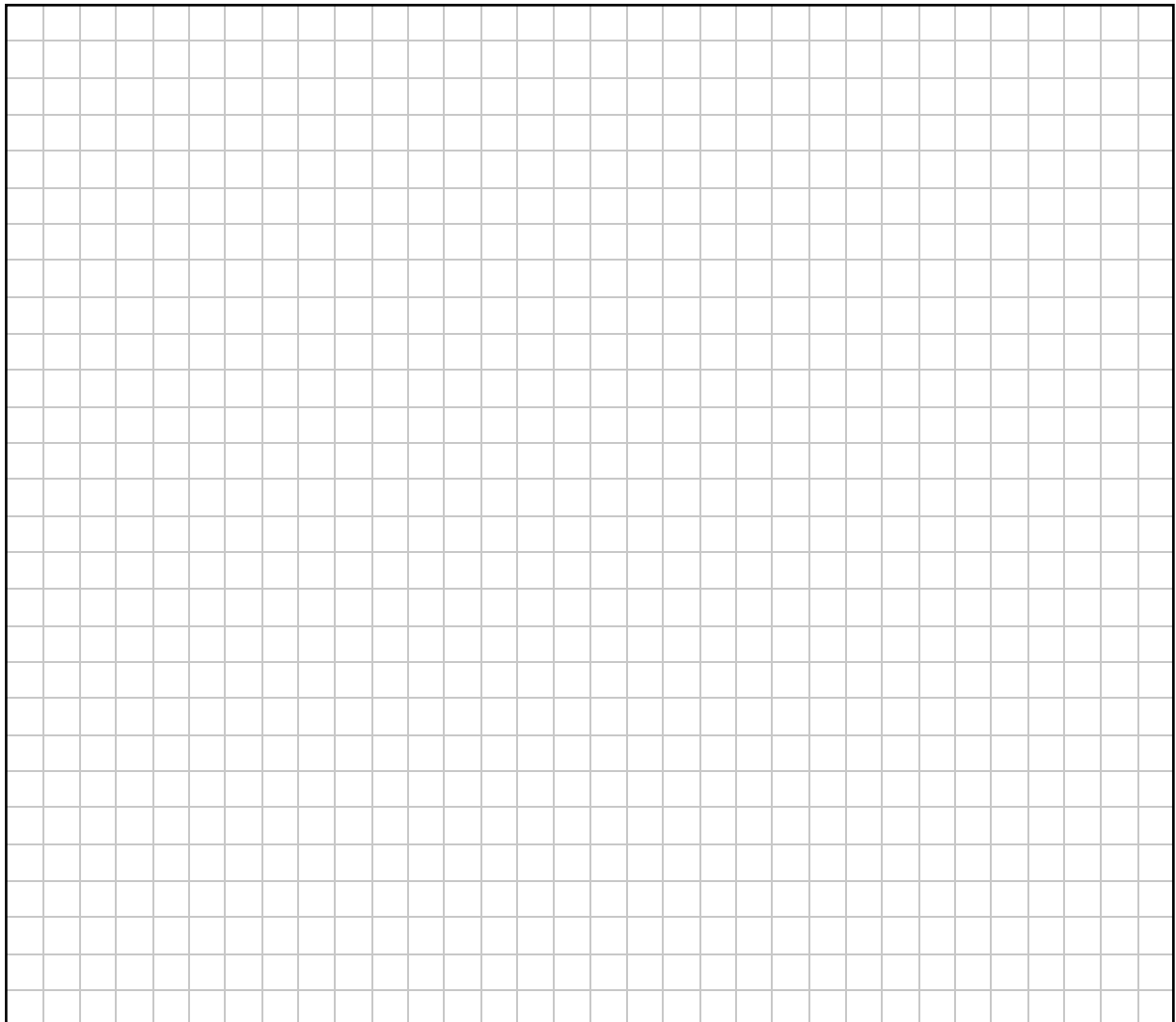
(i) Faigh r , comhiolraitheoir an tseichimh.

Bíodh do fhreagra san fhoirm $a + bi$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{Z}$.



(ii) Bain úsáid as Teoirim de Moivre chun T_9 , an naoú téarma den seicheamh, a fháil.

Bíodh do fhreagra san fhoirm $a + bi$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{Z}$.



Ceist 3

(25 marc)

- (a) $f(x) = 6x - 5$ agus $g(x) = \frac{x+5}{6}$. Fiosraigh an bhfuil $f(g(x)) = g(f(x))$.

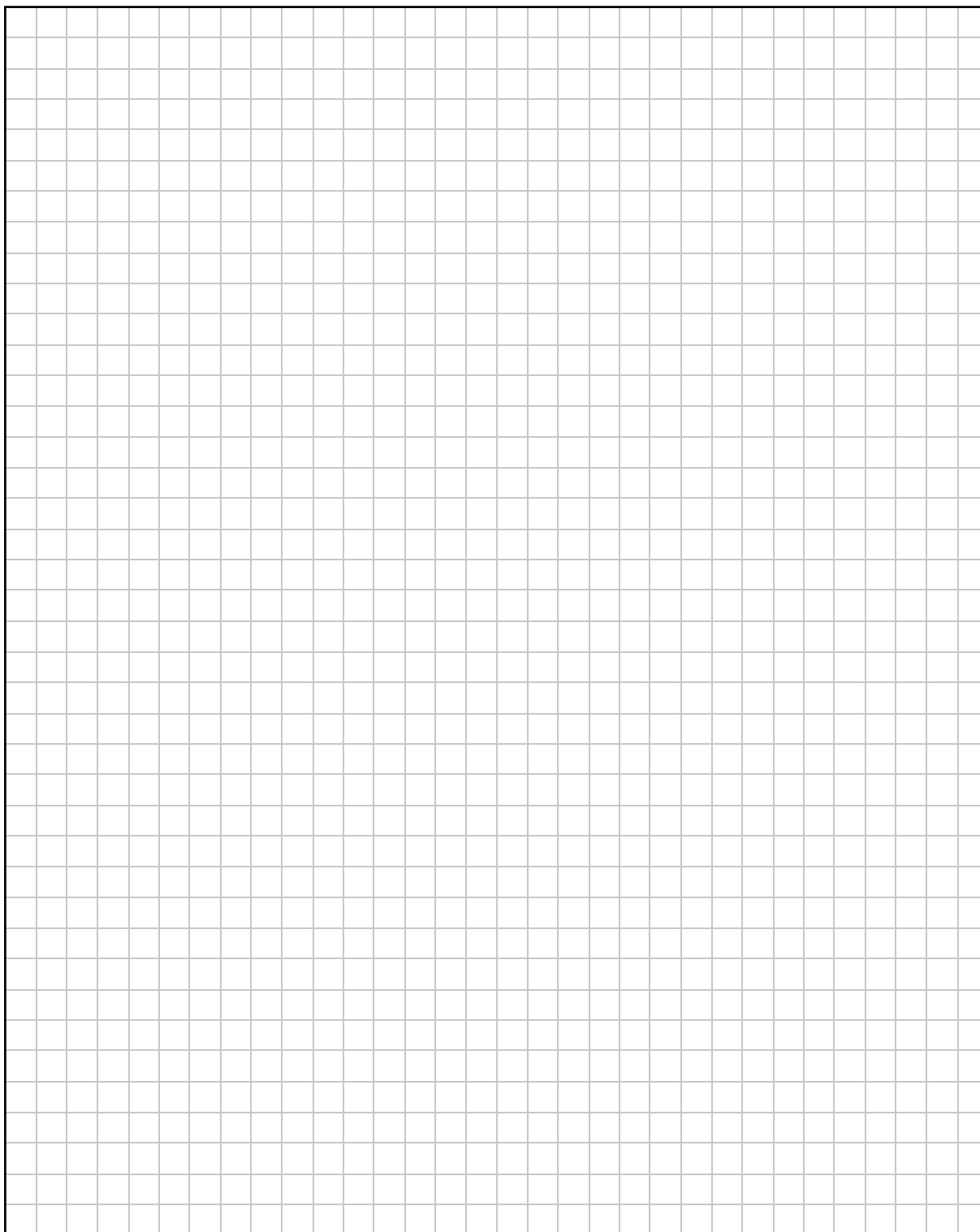
The figure shows a large grid for graphing functions. The grid is divided into two equal halves by a vertical line. The left half is labeled $f(g(x))$ and the right half is labeled $g(f(x))$. The grid is composed of small squares, with the vertical line running through the center.

- (b) Cuirtear an gaol idir na hathr6ga r6adacha y agus x in i6l tr6 $y = 5x^2$.
- (i) Is f6idir an chothrom6id $y = 5x^2$ a athscr6obh san fhoirm $\log_5 y = a + b \log_5 x$.
Faigh luach a agus luach b .

[illegible]

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh na luachanna réadacha ar y a fhágann go bhfuil

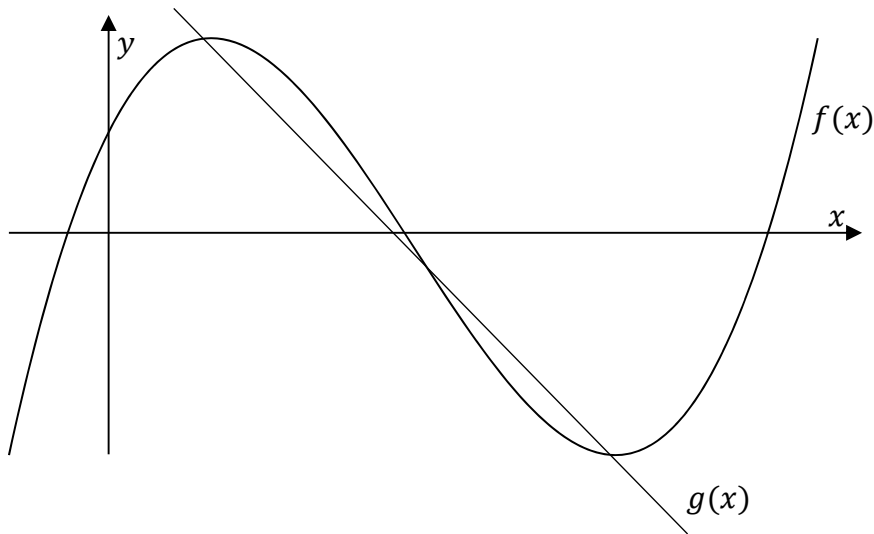
$$\log_5 y = 2 + \log_5 \left(\frac{126}{25} x - 1 \right).$$



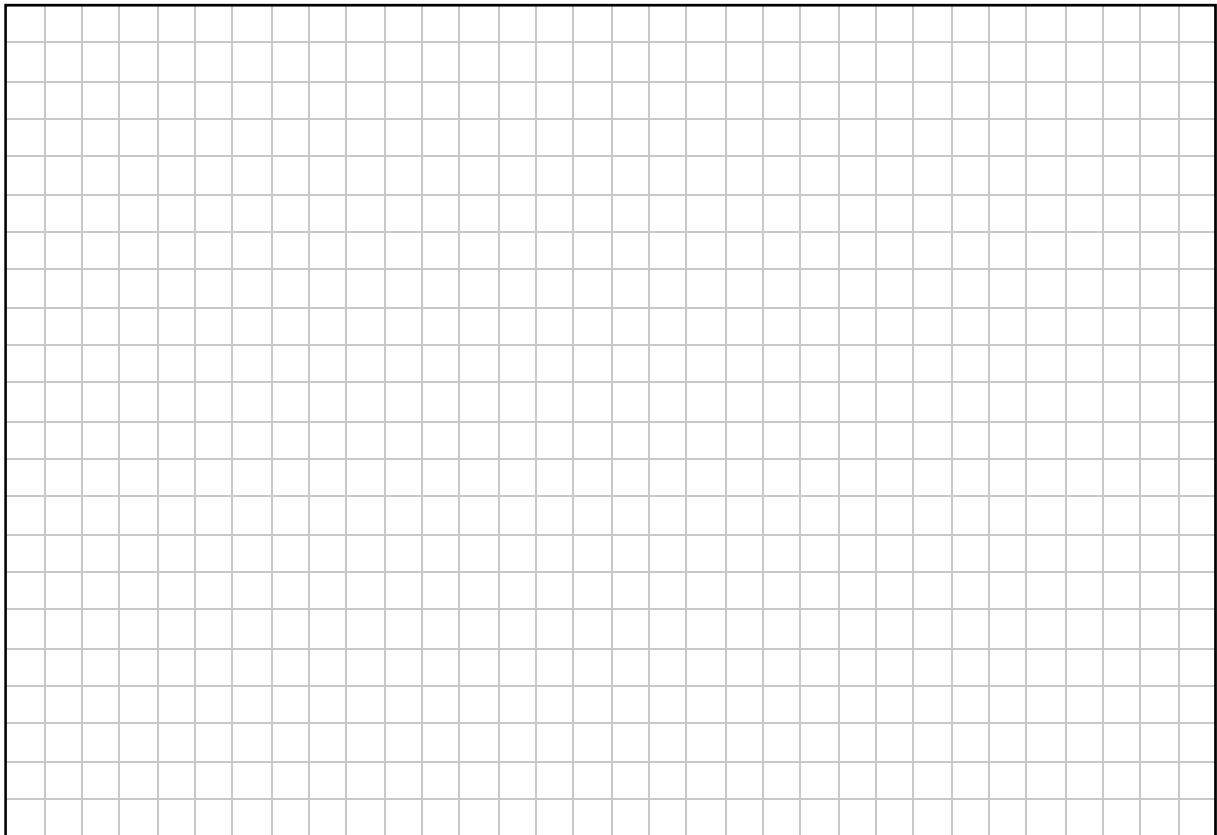
Ceist 4**(25 marc)**

Sa léaráid thíos taispeántar dhá fheidhm $f(x)$ agus $g(x)$.

Tugtar an fheidhm $f(x)$ leis an fhoirmle $f(x) = x^3 + kx^2 + 15x + 8$, áit a bhfuil $k \in \mathbb{Z}$, agus $x \in \mathbb{R}$.

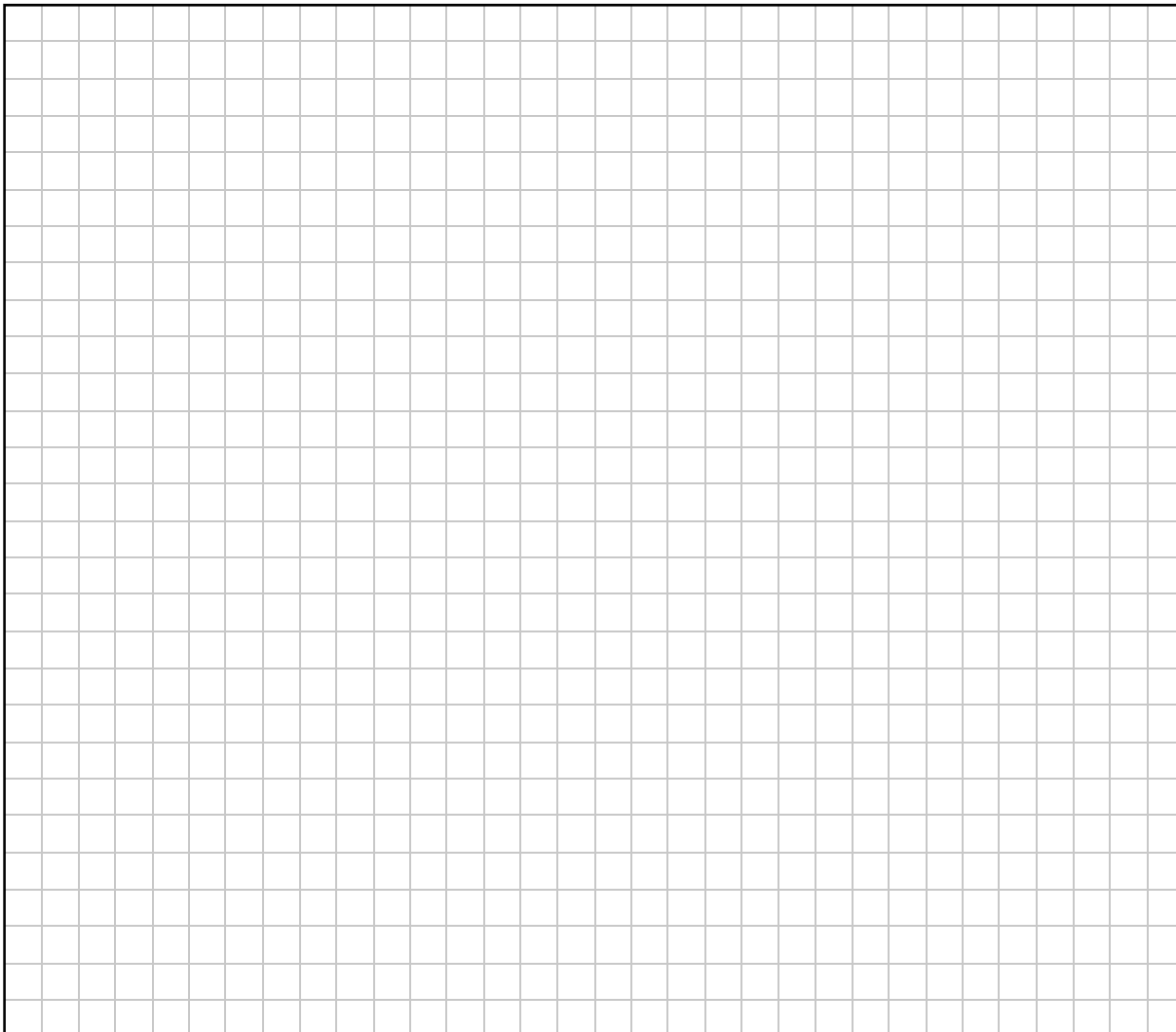


- (a) Glac leis go bhfuil $f'(3) = -12$.
Taispeáin go bhfuil $k = -9$, áit arb é $f'(3)$ díorthach $f(x)$ ag $x = 3$.

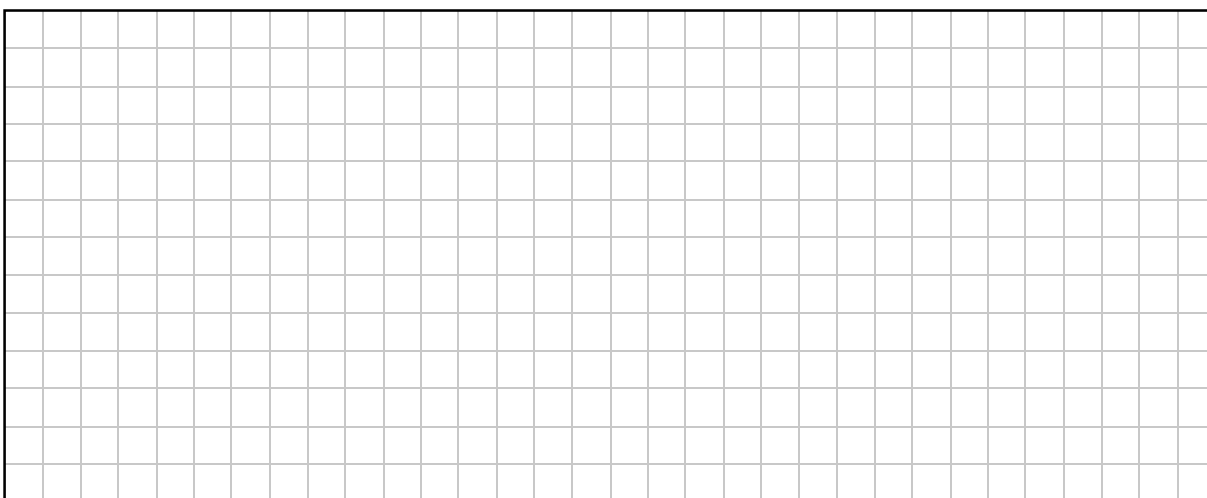


- (b) Is í an fheidhm $g(x)$ an líne a ghabhann tríd an dhá phointe casaídh atá ag $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 8$, mar a thaispeántar ar an leathanach roimhe seo.

Faigh cothromóid $g(x)$.



- (c) Taispeáin go ngabhann graf $g(x)$ trí phointe athchasaídh $f(x)$.



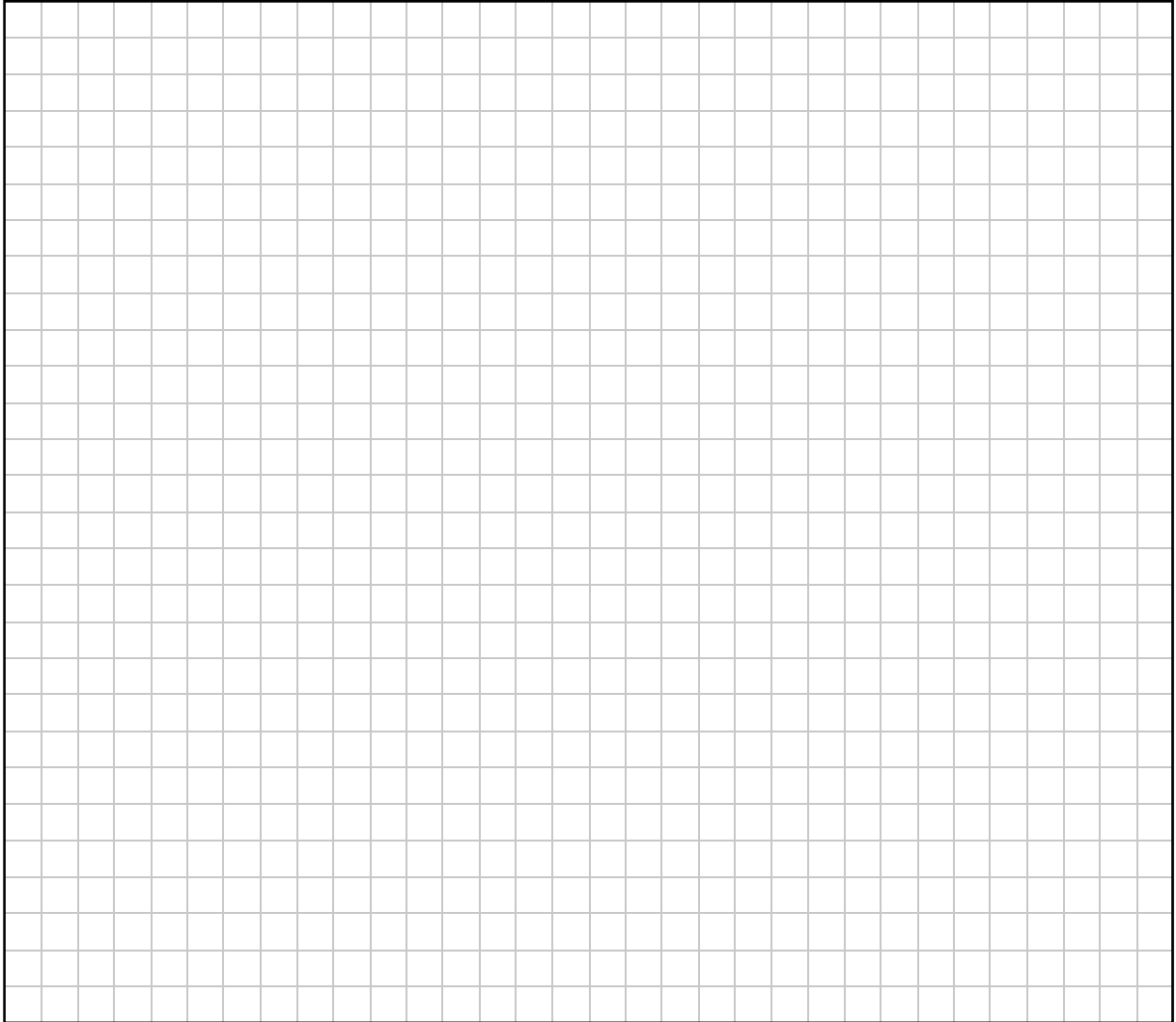
Ceist 5**(25 marc)**

- (a) Socraíonn lánúin morgáiste €250 000 a thógáil amach chun teach nua a cheannach. Tá an iasacht le híoc ar ais go míosúil thar thréimhse 25 bliain agus tá na haisíocaíochtaí le híoc ag deireadh gach míosa. Gearrann an banc ráta céatadánach bliantúil (APR) atá coibhéiseach le ráta míosúil 0.287%.
Ag baint úsáid as foirmle an amúchta, nó ar shlí eile, faigh aisíocaíocht mhíosúil na lánúine ar an morgáiste. Bíodh do fhreagra ina euro ceart go dtí an cent is gaire.

Ceist 6

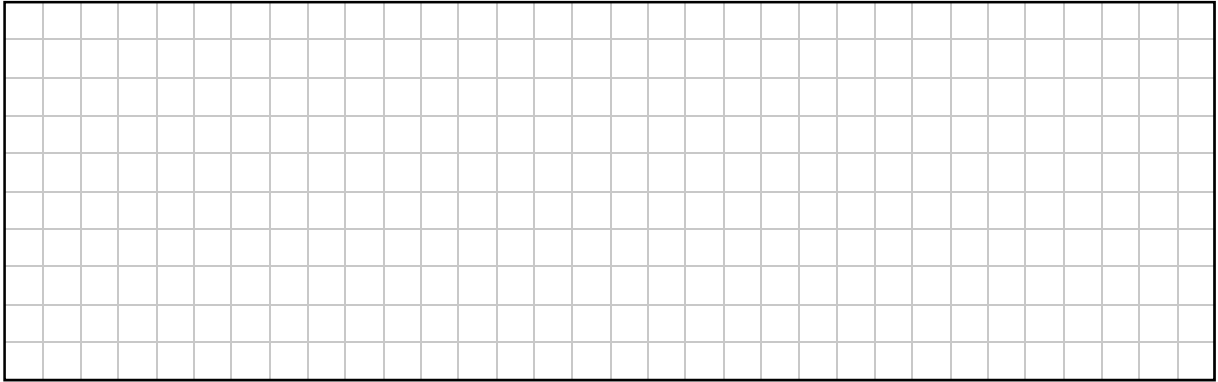
(25 marc)

- (a)** Dífreáil $(3x - 5)(2x + 4)$ ó bhunphrionsabail, i leith x .



(b) (i) $h(x) = \frac{1}{2} \ln(2x + 3) + C$, áit ar tairiseach é C .

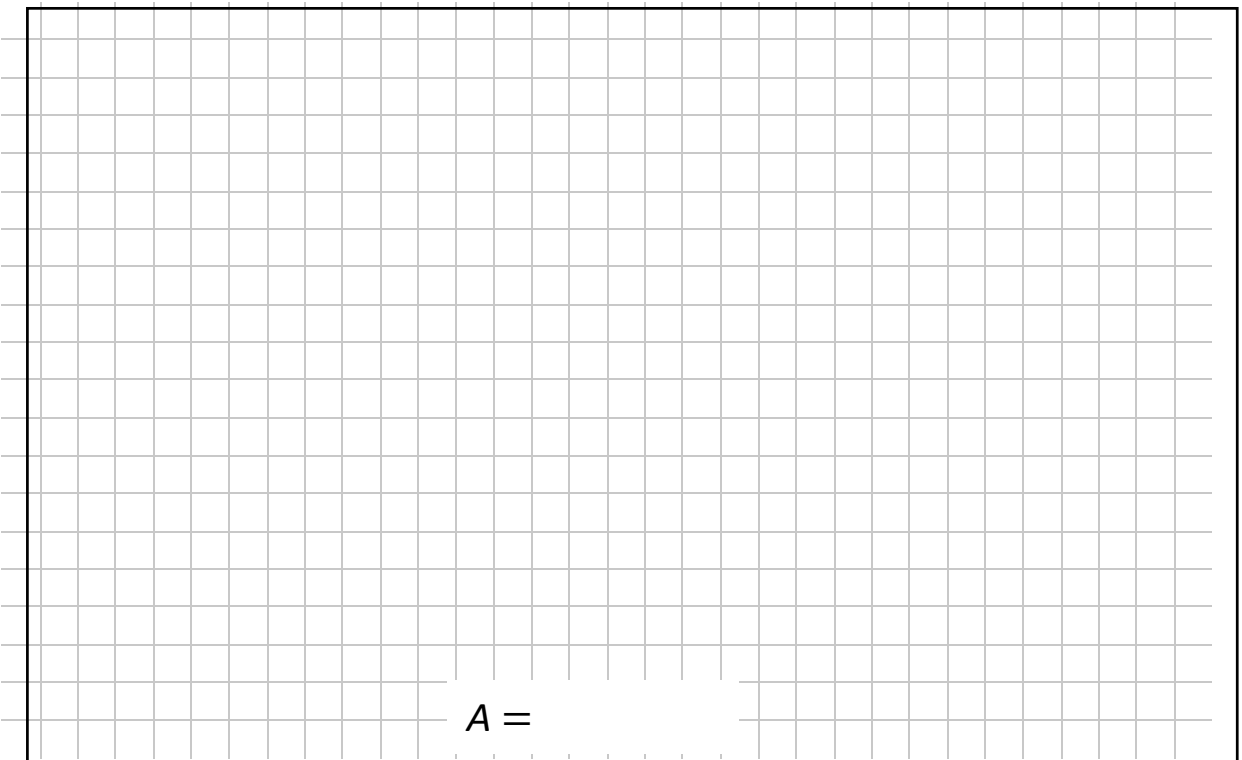
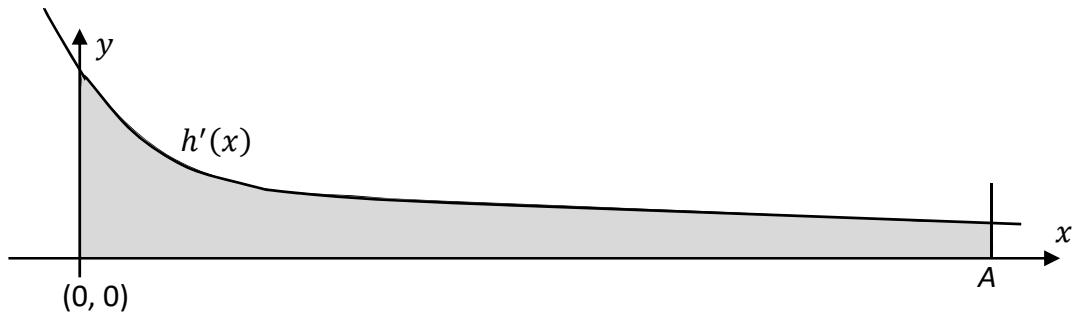
Faigh $h'(x)$, díorthach $h(x)$.



(ii) Sa léaráid thíos taispeántar cuid de ghraf na feidhme $h'(x)$.

Tá an réigiún scáthaithe sa léaráid idir an graf agus an x -ais, ó $x = 0$ go $x = A$.

Tá achar **ln3** aonad cearnach sa réigiún scáthaithe seo. Faigh luach A .

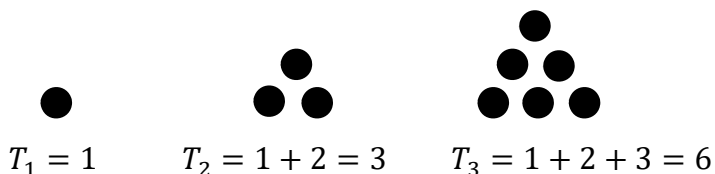


Freagair na trí cheist go léir as an roinn seo.

Ceist 7

(50 marc)

- (a) Uaireanta tugtar **uimhir thriantánach** ar uimhir atá san fhoirm $1 + 2 + 3 + \dots + n$ toisc gur féidir í a léiriú mar thriantán comhshleasach.
- Sa léaráid thíos taispeántar na chéad trí théarma i seicheamh na n -uimhreacha triantánacha.



- (i) Comhlánaigh an tábla thíos chun na chéad chúig uimhir thriantánacha eile a liostú.

Téarma	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
Uimhir Thriantánach	1	3	6					

[illegible]

- (ii) Is féidir an n ú uimhir thriantánach a fháil go díreach trí úsáid a bhaint as an bhfoirmle

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

An uimhir thriantánach é 1275? Tabhair cúis le do fhreagra.

Freagra:

Cúis:

- (b) (i) Is féidir an $(n + 1)$ ú uimhir thriantánach a scríobh mar $T_{n+1} = T_n + (n + 1)$, áit a bhfuil $n \in \mathbb{N}$.

Scríobh an slonn $\frac{n(n+1)}{2} + (n + 1)$ mar chodán singil ina fhoirm is simplí.

- (ii) Cruthaigh go mbeidh **suim** aon dá uimhir thriantánacha leantacha i **gcónaí** ina huimhir chearnach (uimhir san fhoirm k^2 , áit a bhfuil $k \in \mathbb{N}$).

- (iii) 12 544 is ea **suim** dhá uimhir thriantánacha leantacha.
Faigh an ceann is lú de na huimhreacha seo.

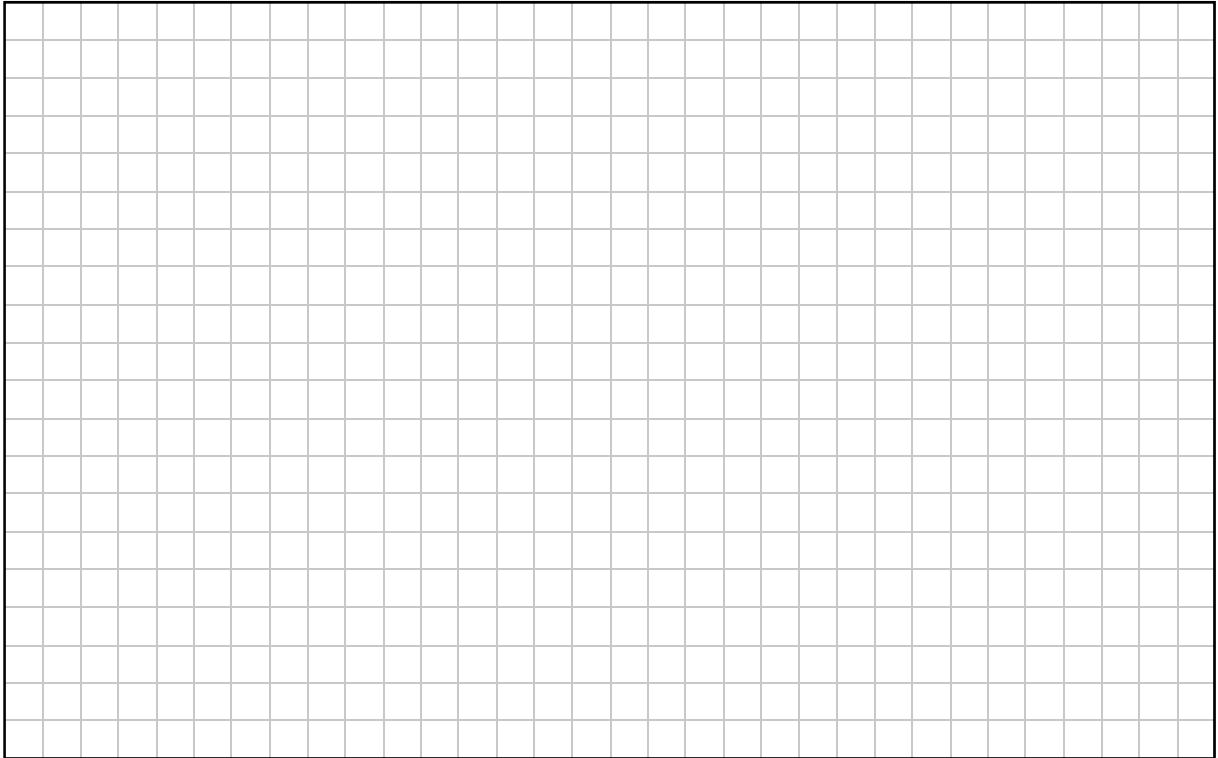
Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

- (c) Tá roinnt uimhreacha triantánach agus cearnach araon, mar shampla 36.
Tháinig Leonhard Euler (1778) ar an bhfoirmle seo a leanas do na huimhreacha sin

$$N_k = \left(\frac{(3 + 2\sqrt{2})^k - (3 - 2\sqrt{2})^k}{4\sqrt{2}} \right)^2$$

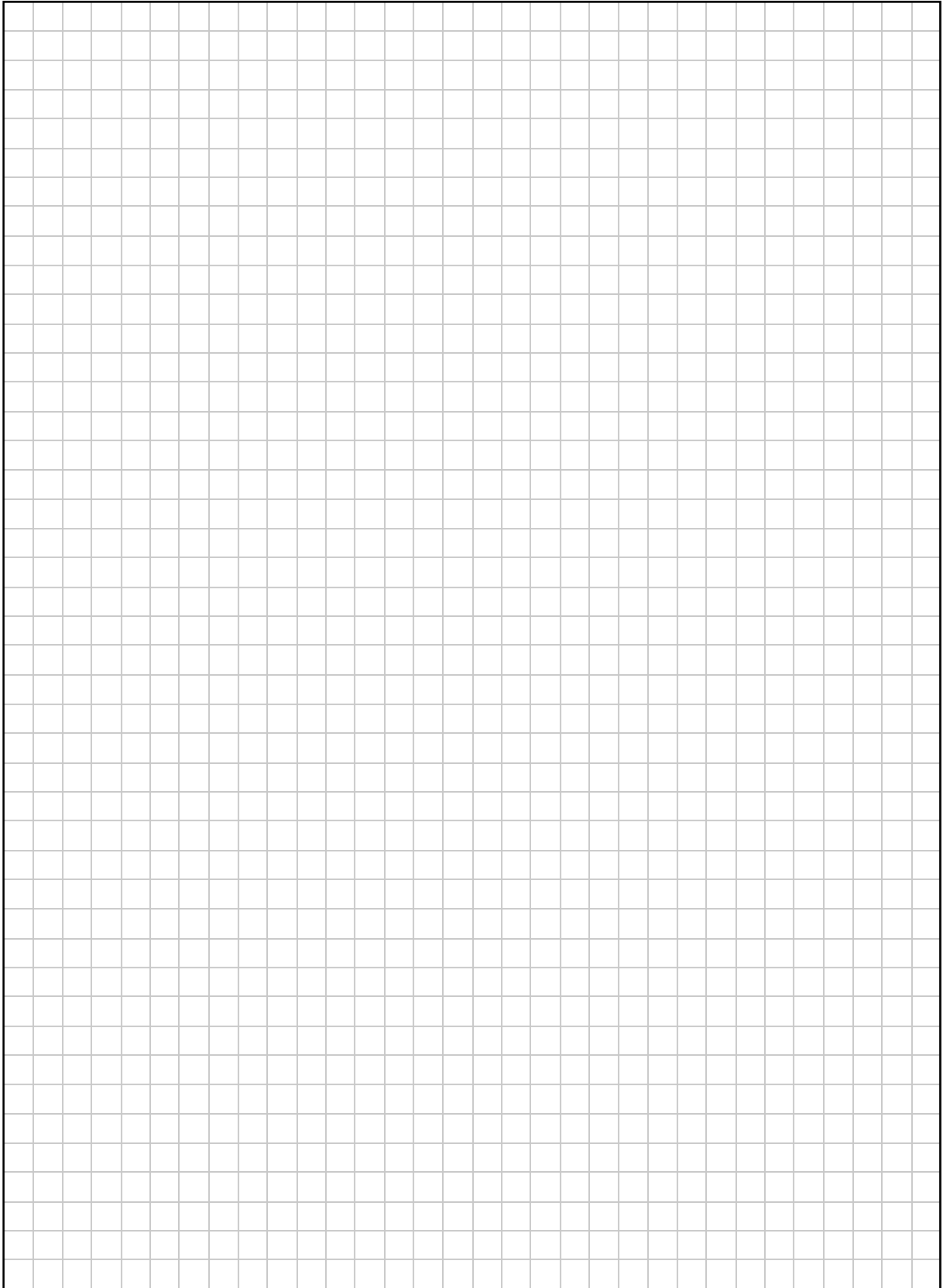
áit arb é N_k an k ú huimhir atá triantánach agus cearnach araon.

Bain úsáid as foirmle Euler agus faigh N_3 , an tríú huimhir atá triantánach agus cearnach araon.



- (d) Cruthaigh, agus **ionduchtú** á úsáid agat, i gcás gach $n \in \mathbb{N}$, gur féidir suim na chéad n uimhir chearnacha a fháil trí úsáid a bhaint as an bhfoirmle:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$



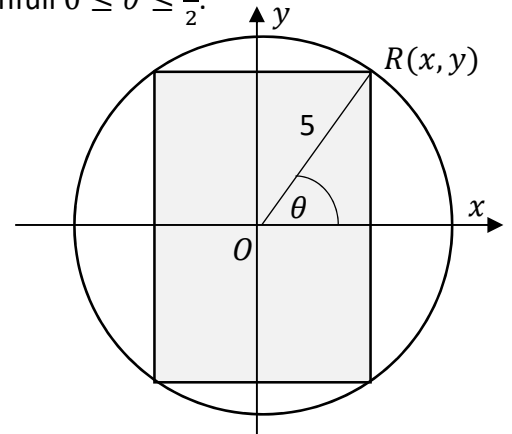
Ceist 8

(45 marc)

Tá dronuilleog inscríofa i gciortcal ag a bhfuil ga 5 aonad agus lárphointe $O(0, 0)$, mar a thaispeántar thíos.

Bíodh $R(x, y)$, áit a bhfuil $x, y \in \mathbb{R}$, ina rinn don dronuilleog sa chéad cheathrú, mar a thaispeántar.

Bíodh θ ina uillinn idir $[OR]$ agus an x -ais dheimhneach, áit a bhfuil $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.



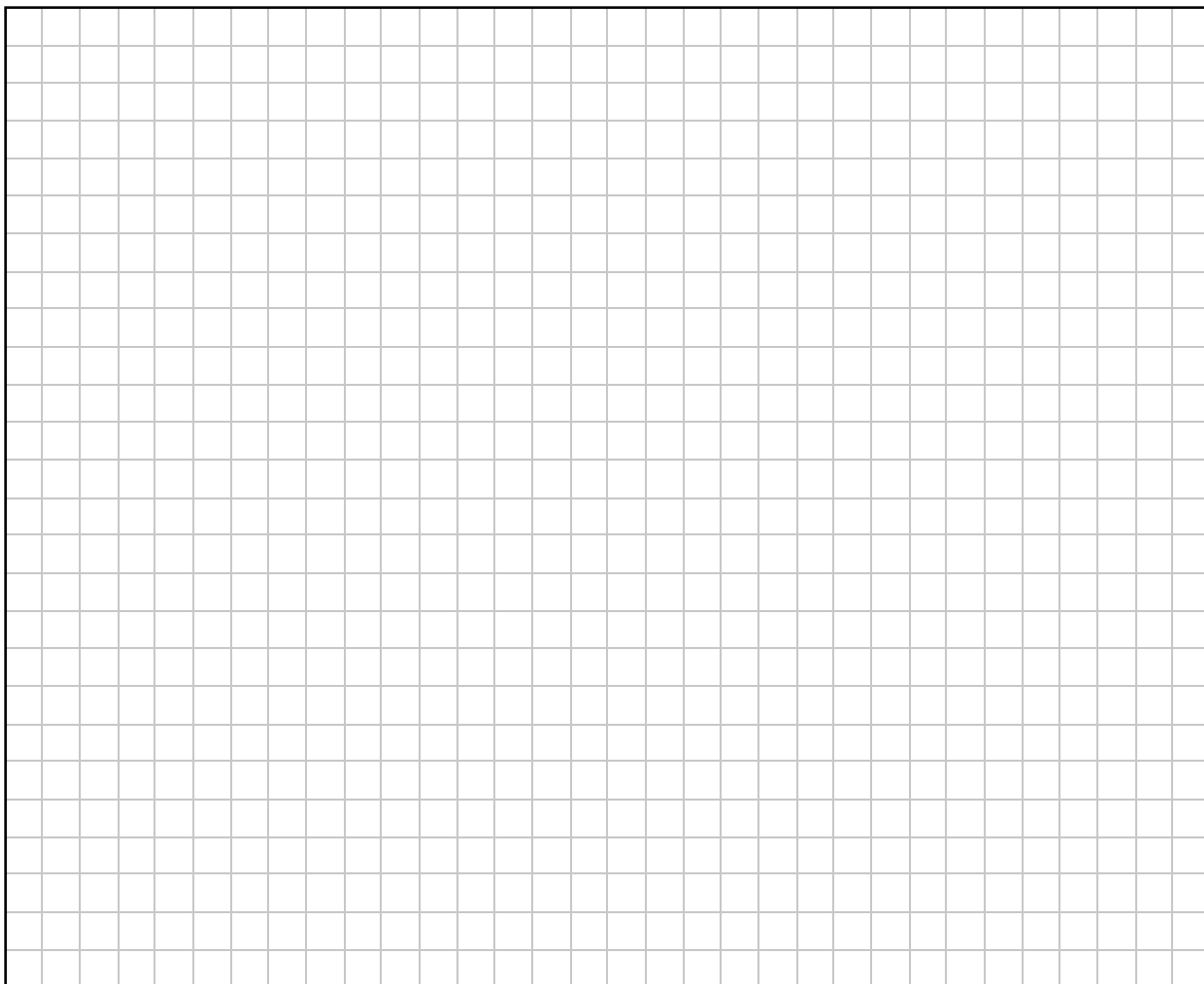
- (a) (i) Is féidir an pointe $R(x, y)$ a scríobh mar $(a \cos \theta, b \sin \theta)$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{R}$.
Faigh luach a agus luach b .

$a =$	$b =$
-------	-------

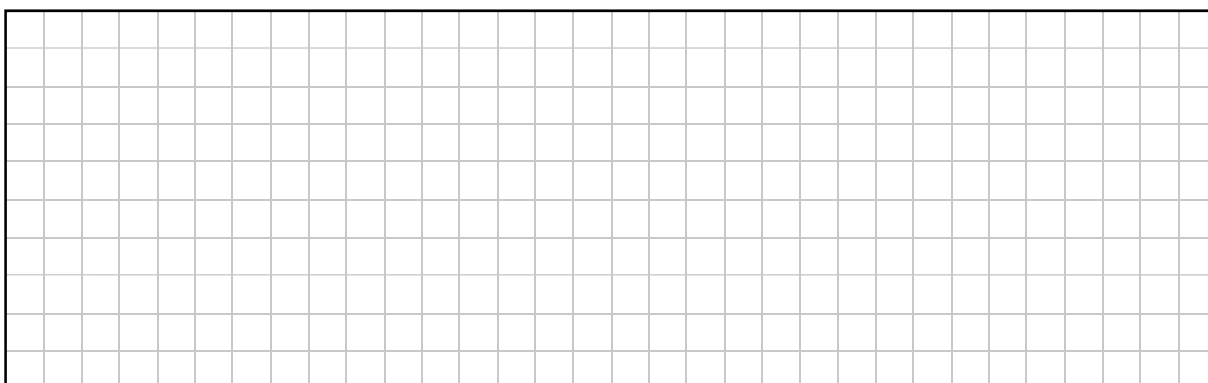
- (ii) Taispeáin gur féidir $A(\theta)$, achar na dronuilleoige, a thomhaistear ina aonaid chearnacha, a scríobh mar, $A(\theta) = 50 \sin 2\theta$.

--

- (iii) Bain úsáid as an gcalcalas chun a thaispeáint gur cearnóg í an dronuilleog ag a bhfuil an t-achar is mó.

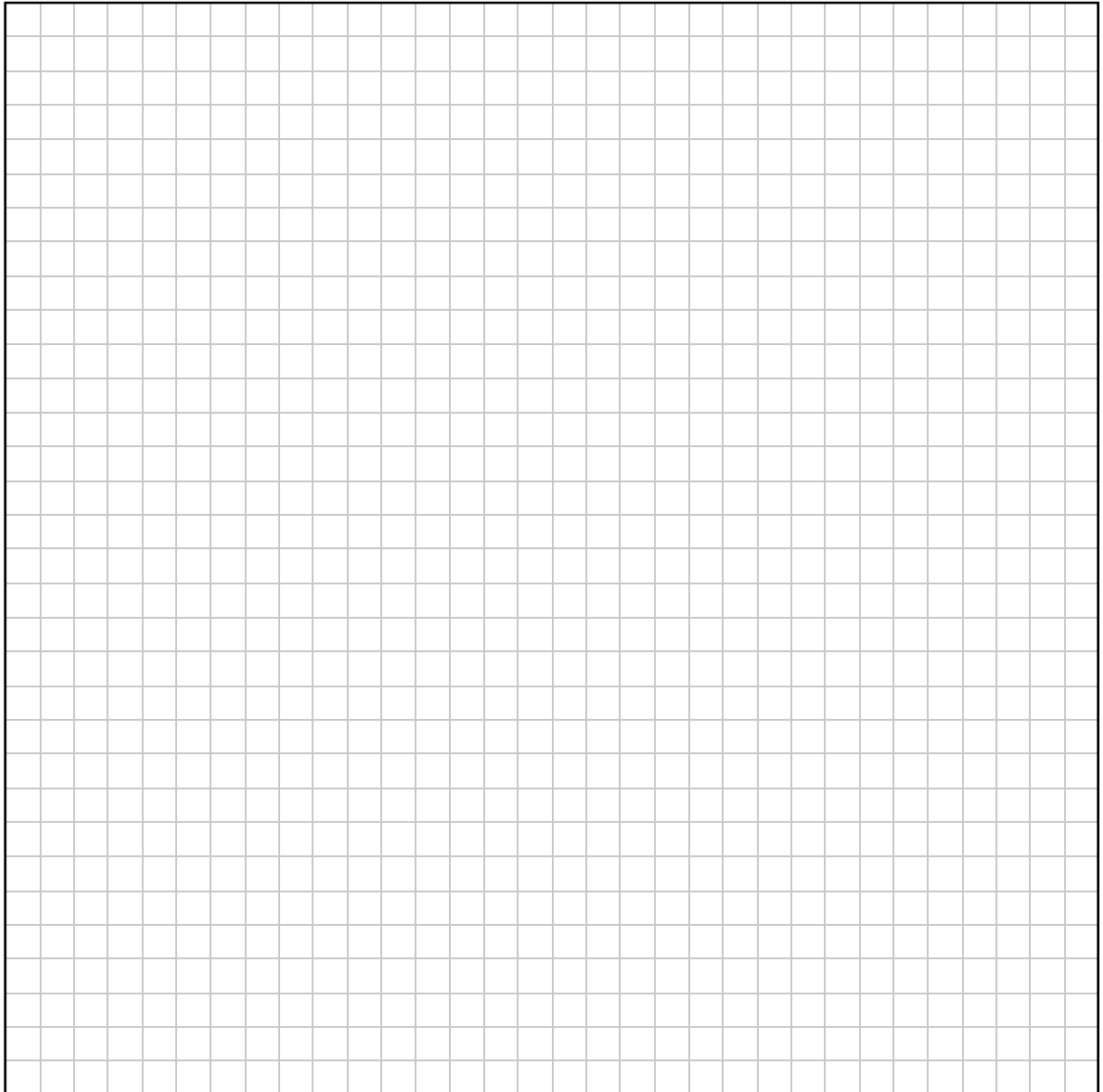
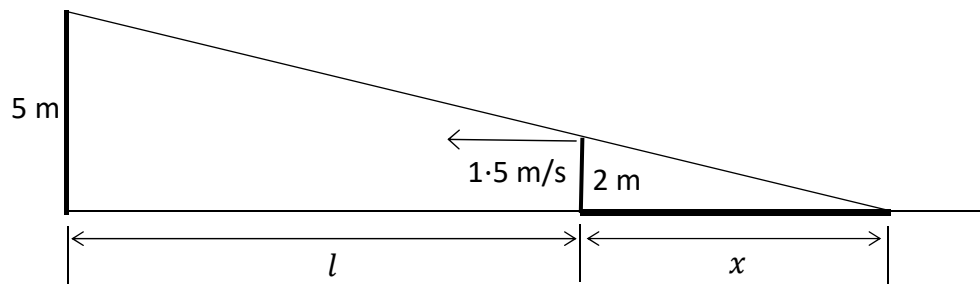


- (iv) Faigh an t-achar is mó sin.



Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

- (b) Tá duine, atá 2 m ar airde, ag siúl i dtreo solas sráide, atá 5 m ar airde, ar luas 1.5 m/s. Faigh an ráta, ina m/s, ar a bhfuil fad scátha an duine (x), teilgte ag an solas sráide, ag athrú.



Ceist 9**(55 marc)**

Tá coilíneacht baictéar ag fás agus is féidir líon na mbaictéar atá inti le linn na gcéimeanna luatha a fháil go neasach trí úsáid a bhaint as an bhfeidhm:

$$N(t) = 450e^{0.065t}$$

áit arb é t an t-am, a thomhaistear ina uaireanta an chloig, ó thosaigh an coilíneacht ag fás, agus áit arb é $N(t)$ líon na mbaictéar sa coilíneacht ag am t .

- (a) (i) Faigh líon na mbaictéar sa coilíneacht tar éis 4.5 uair an chloig.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

- (ii) Faigh an t-am, ina **uaireanta an chloig**, a thógann sé ar an gcoilíneacht fás go dtí go mbíonn 790 baictéar inti.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

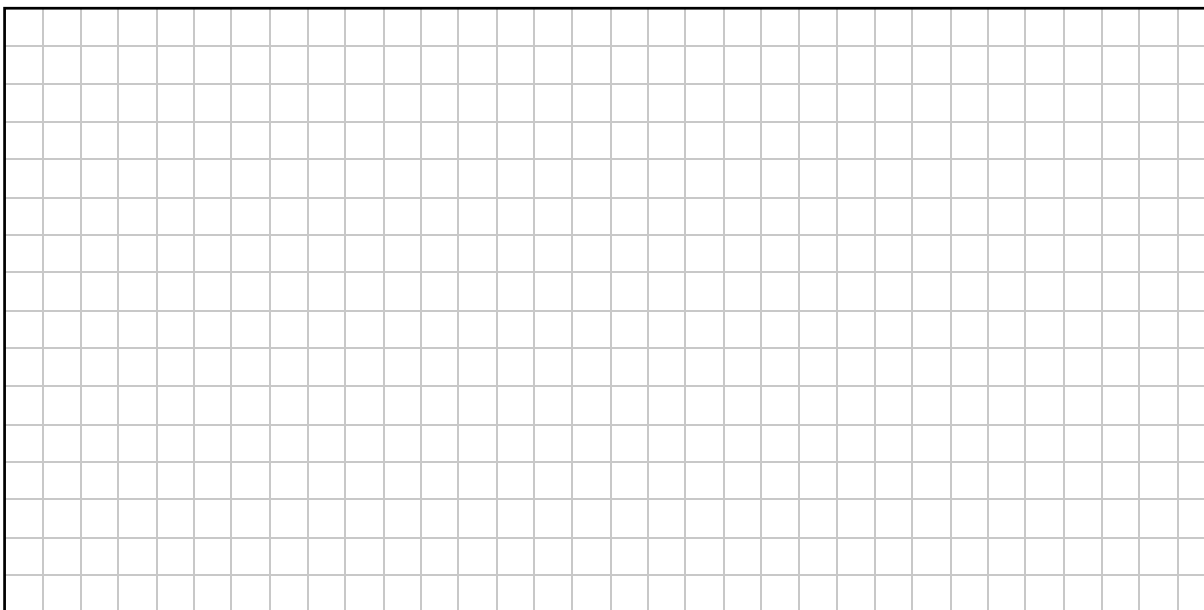
- (b) Trí úsáid a bhaint as an bhfeidhm $N(t) = 450e^{0.065t}$, faigh meánlíon na mbaictéar sa choilíneacht le linn na tréimhse ó $t = 3$ go dtí $t = 12$.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

- (c) Faigh an ráta ar a bhfuil $N(t) = 450e^{0.065t}$ ag athrú nuair atá $t = 12$.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad deachúlach amháin.
Léirmhíniú an luach sin i gcomhthéacs na ceiste.

Ráta: _____

Léirmhíniú: _____

- (d) I ndiaidh k uair an chloig, tá ráta méadaithe $N(t)$ níos mó ná 90 baictéar san uair. Faigh an luach is lú ar k , áit a bhfuil $k \in \mathbb{N}$.



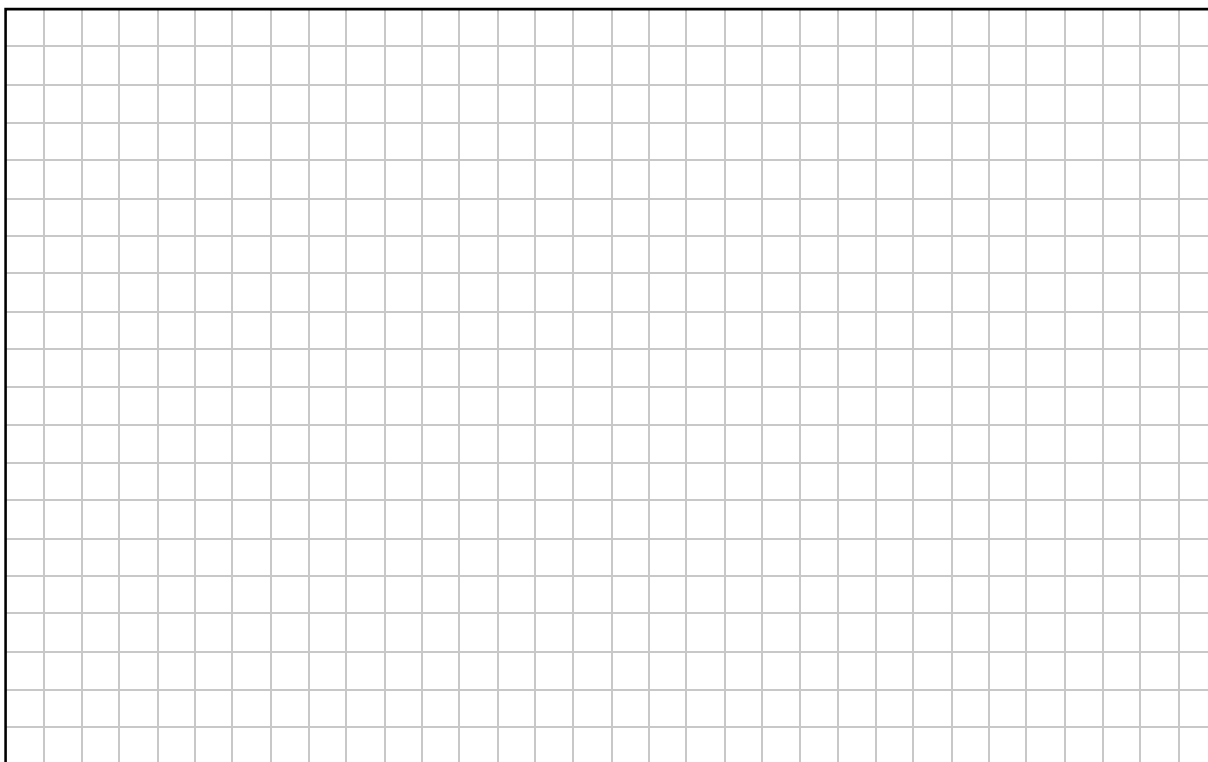
- (e) Tá coilíneacht baictéar **eile** ann agus is féidir líon na mbaictéar atá inti le linn na gcéimeanna luatha a fháil go neasach trí úsáid a bhaint as an bhfeidhm:

$$P(t) = 220e^{0.17t}$$

áit arb é $P(t)$ líon na mbaictéar, agus áit a dtomhaistear t ina uaireanta an chloig.

Glac leis go dtosaíonn an dá choilíneacht ag fás ag an am céanna.

Faigh an t-am, ceart go dtí an uair an chloig is gaire, ag a mbeidh líon na mbaictéar sa dá choilíneacht cothrom le chéile.



Leathanach le haghaidh obair bhreise.

Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 30 columns and 40 rows of small squares, intended for students to write their answers to extra questions.

Leathanach le haghaidh obair bhreise.

Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. The paper is otherwise completely white and contains no other markings or text.

Ná scríobh ar an leathanach seo

Fógra cóipchirt

D'fhéadfadh sé go bhfuil téacsanna nó íomhánna sa scrúdpháipéar seo nach é Coimisiún na Scrúduithe Stáit úinéir an chóipchirt ina leith, agus d'fhéadfadh sé gur athchóiríodh iad, chun críche measúnaithe, gan cead na n-údar a fháil roimh ré. Ullmhaíodh an scrúdpháipéar seo de réir *Alt 53(5) den Acht um Chóipcheart agus Cearta Gaolmhara, (2000)*. Ní údaraítear aon úsáid dá éis chun aon chríoch ach amháin chun na críche dá bhfuil sé beartaithe. Ní ghlacann an Coimisiún aon dliteanas as sárú ar bith ar chearta tríú páirtí a eascraíonn as dáileadh nó úsáid neamhúdairithe an scrúdpháipéir seo.

Scrúdú na hArdteistiméireachta – Ardleibhéal

Matamaitic Páipéar 1

2 uair 30 nóiméad