



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2018

# Matamaitic

Páipéar 1

Ardleibhéal

Dé hAoine, 8 Meitheamh – Tráthnóna, 2:00 go dtí 4:30

300 marc

Scrúduimhir

Stampa an Ionaid

Iomlán reatha

Don Scrúdaitheoir

Ceist	Marc
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
Iomlán	
Bónas	
Móriomlán	

Grád

## Treoracha

Tá dhá roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	3 cheist

Freagair na naoi gceist go léir.

Scríobh do chuid freagraí sna spásanna atá ann dóibh sa leabhrán seo. Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura ndéanfaidh tú é sin. Tá spás d'obair bhreise ag cún an leabhráin. Is féidir páipéar breise a iarraidh ar an bhfeitheoir freisin. Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura bhfuil obair thacaíochta san áireamh i do réitigh.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na haonaid tomhais chuí sna freagraí, de réir mar a oireann.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na freagraí san fhoirm is simplí, de réir mar a oireann.

Scríobh déanamh agus múnlá d'áireamhá(i)n anseo

Freagair **na sé cheist go léir** as an roinn seo.

**Ceist 1**

(25 marc)

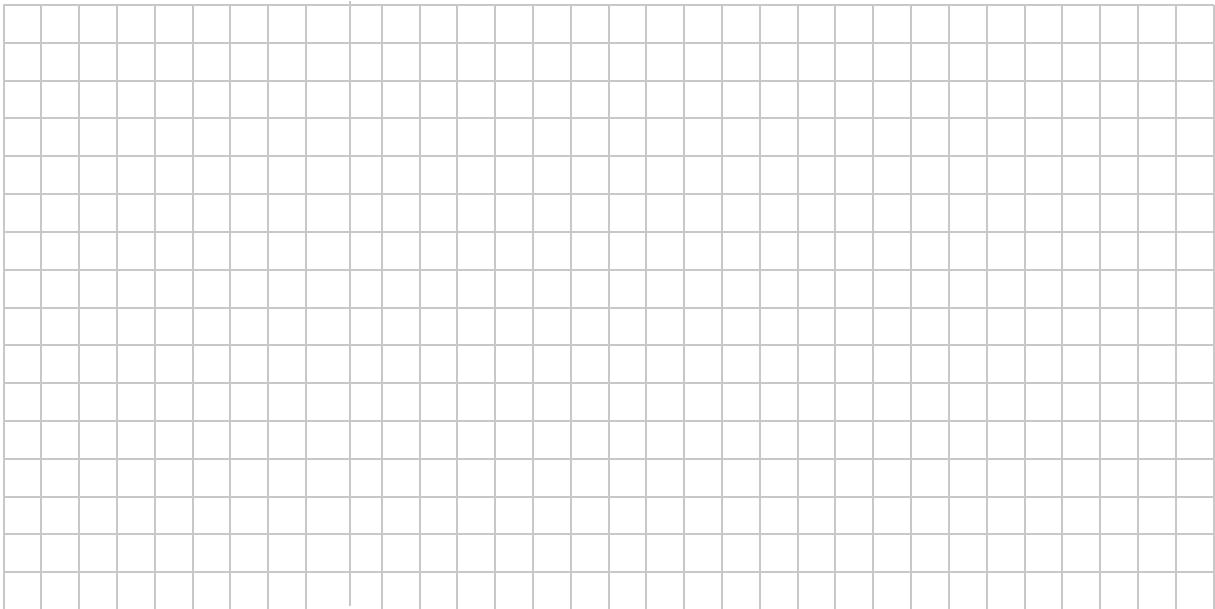
- (a) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha.

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= -4 \\ 3x + 2y + 2z &= 14 \\ x - 3z &= -13 \end{aligned}$$

- (b) Réitigh an éagothromóid  $\frac{2x-3}{x+2} \geq 3$ , áit a bhfuil  $x \in \mathbb{R}$  agus  $x \neq -2$ .

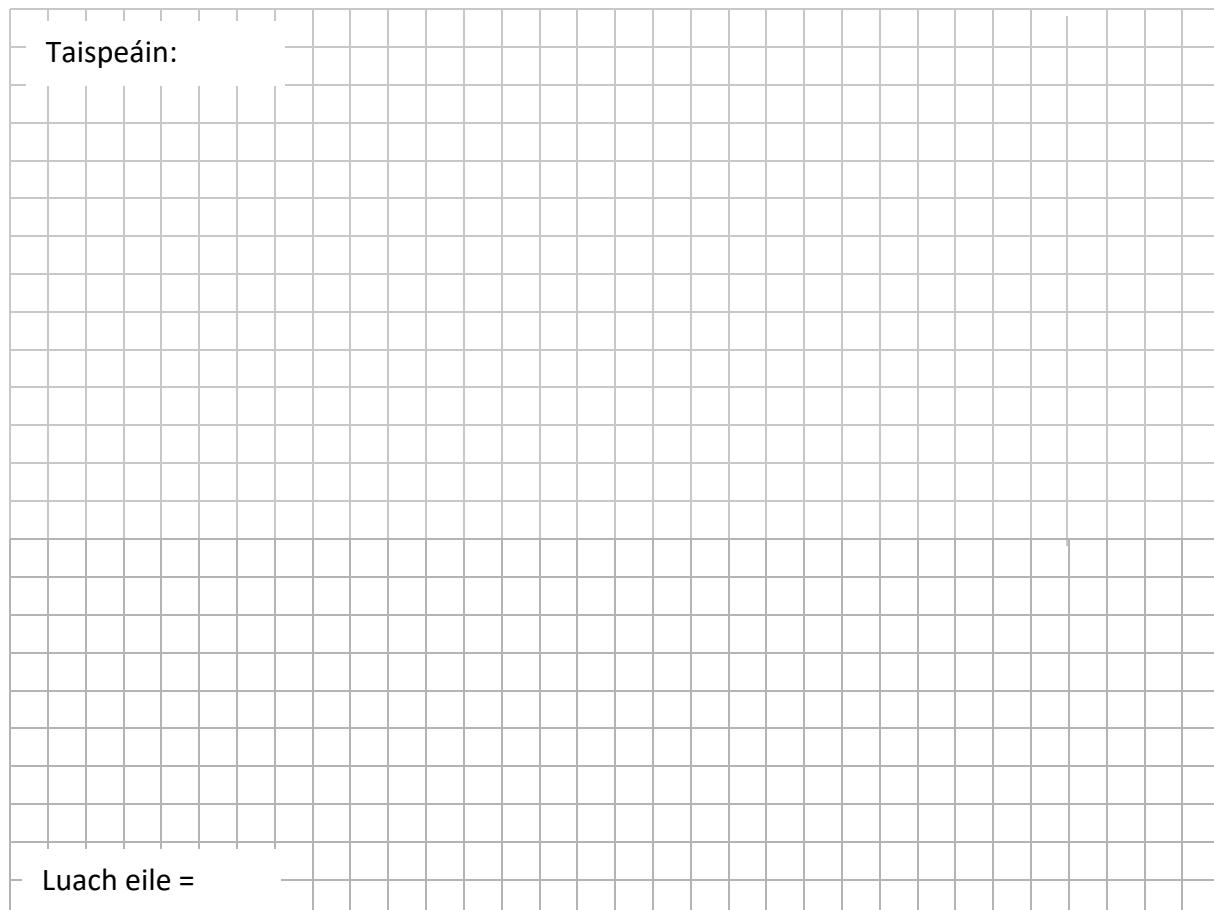
**Ceist 2****(25 marc)**

- (a) Is iad na chéad trí théarma i sraith iolraíoch ná  $x^2$ ,  $5x - 8$ , agus  $x + 8$ , áit a bhfuil  $x \in \mathbb{R}$ . Bain úsáid as an gcomhiolraitheoir chun a thaispeáint go bhfuil  $x^3 - 17x^2 + 80x - 64 = 0$ .



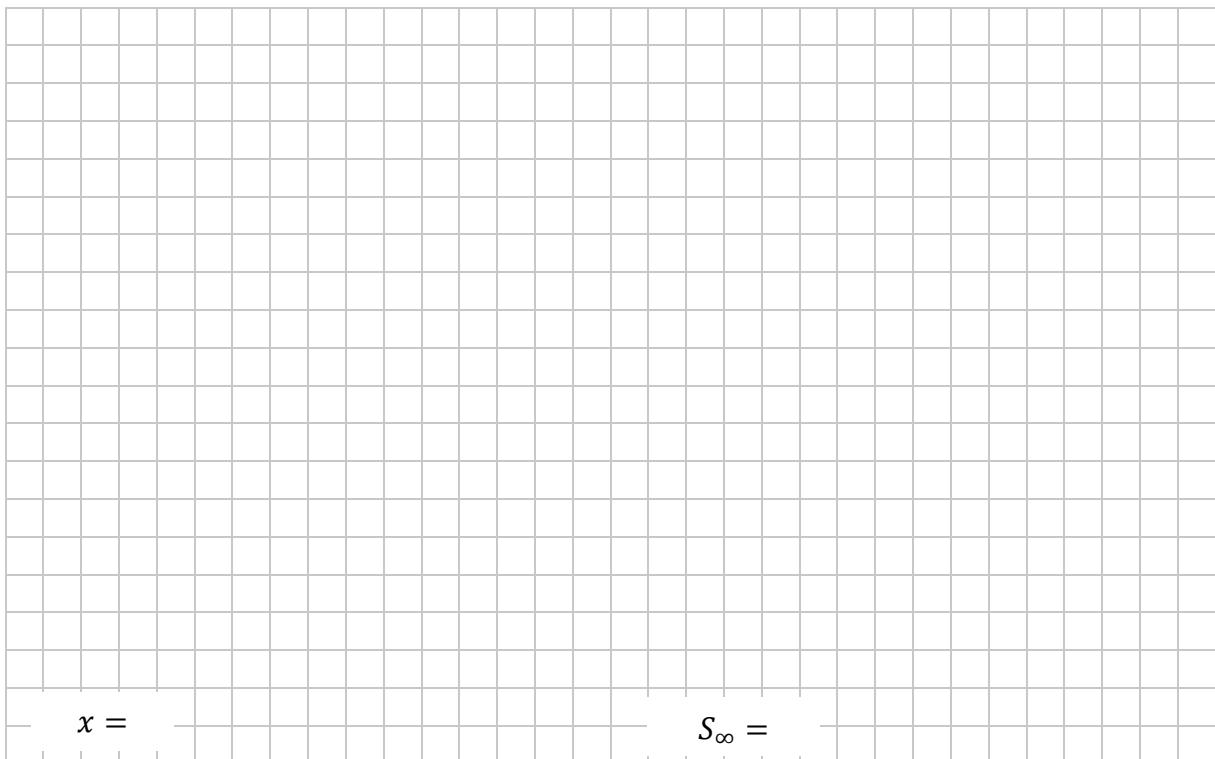
- (b) Má tá  $f(x) = x^3 - 17x^2 + 80x - 64$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , taispeán go bhfuil  $f(1) = 0$ , **agus** faigh luach eile ar  $x$  a fhágann go bhfuil  $f(x) = 0$ .

Taispeán:



Luach eile =

- (c) I gcás ceann de na luachanna ar  $x$  ó chuid (**b**), ginfidh na téarmaí i gcuid (**a**) straith iolraíoch a bhfuil suim chríochta go héigríoch aici.  
Faigh an luach seo ar  $x$  agus **uaidh sin** faigh an tsuim go héigríoch.



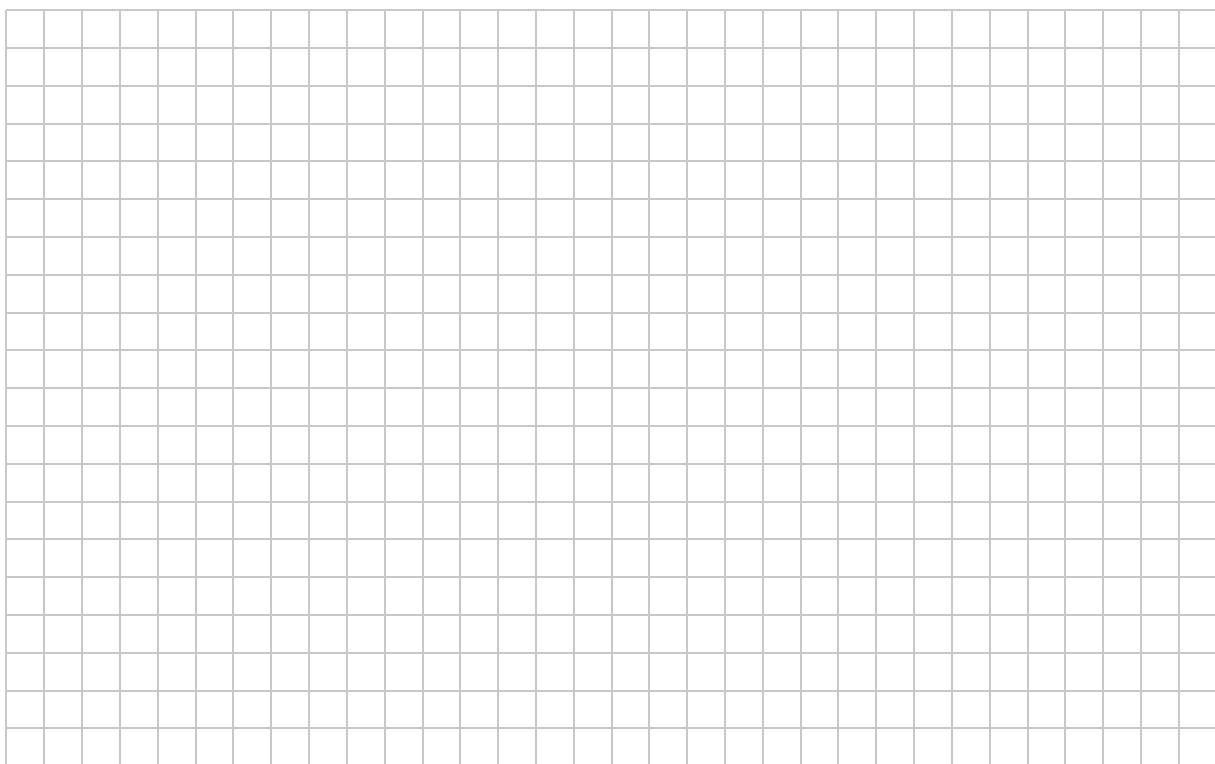
A large rectangular grid for drawing a sketch. At the bottom left, there is a horizontal line with tick marks and the label  $x =$ . At the bottom right, there is another horizontal line with tick marks and the label  $S_\infty =$ .

**Ceist 3****(25 marc)**

- (a)** Bíodh  $h(x) = \cos(2x)$ , áit a bhfuil  $x \in \mathbb{R}$ .

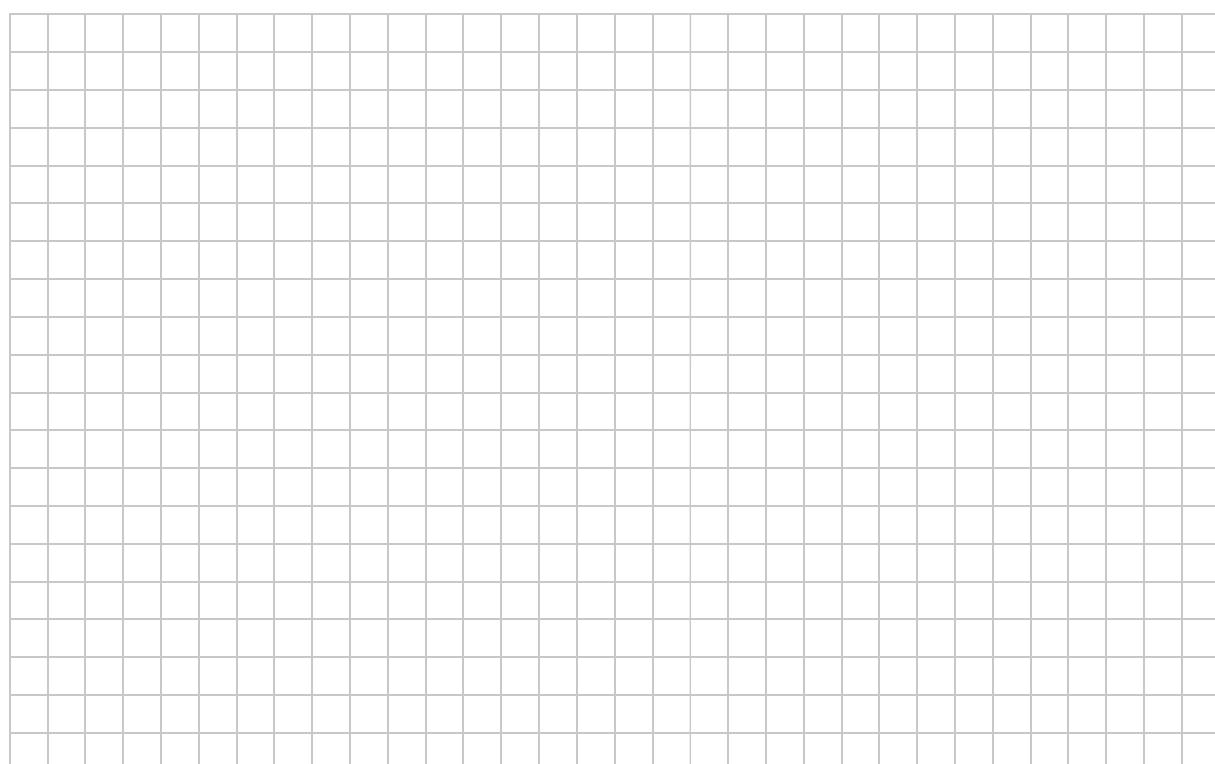
Tarraingítear tadhlaí le graf  $h(x)$  ag an bpointe ina bhfuil  $x = \frac{\pi}{3}$ .

Faigh an uillinn a dhéanann an tadhlaí seo le treo deimhneach na  $x$ -aise.



- (b)** Faigh meánlúach  $h(x)$  san eatramh  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

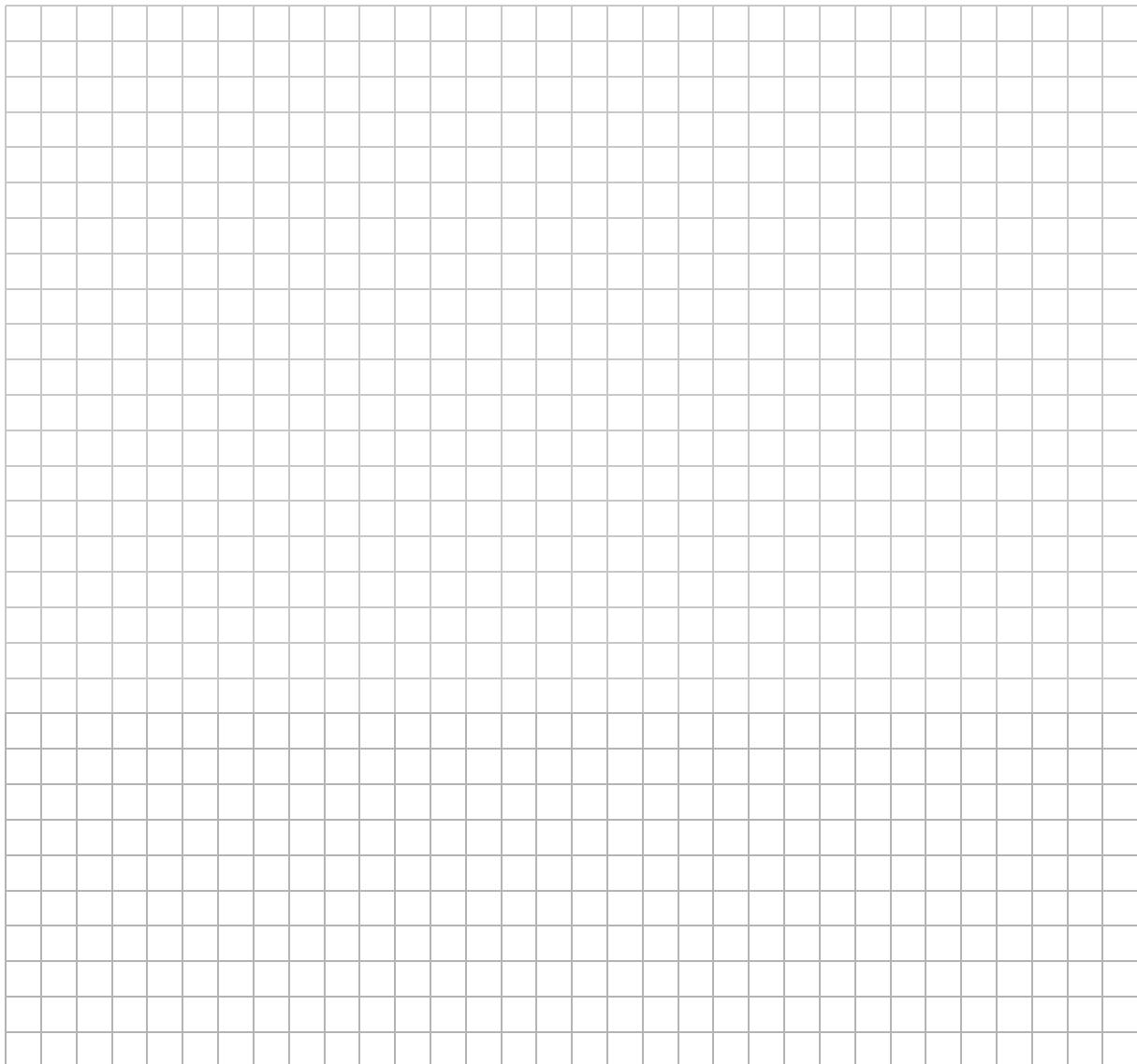
Bíodh do fhreagra i dtéarmaí  $\pi$ .



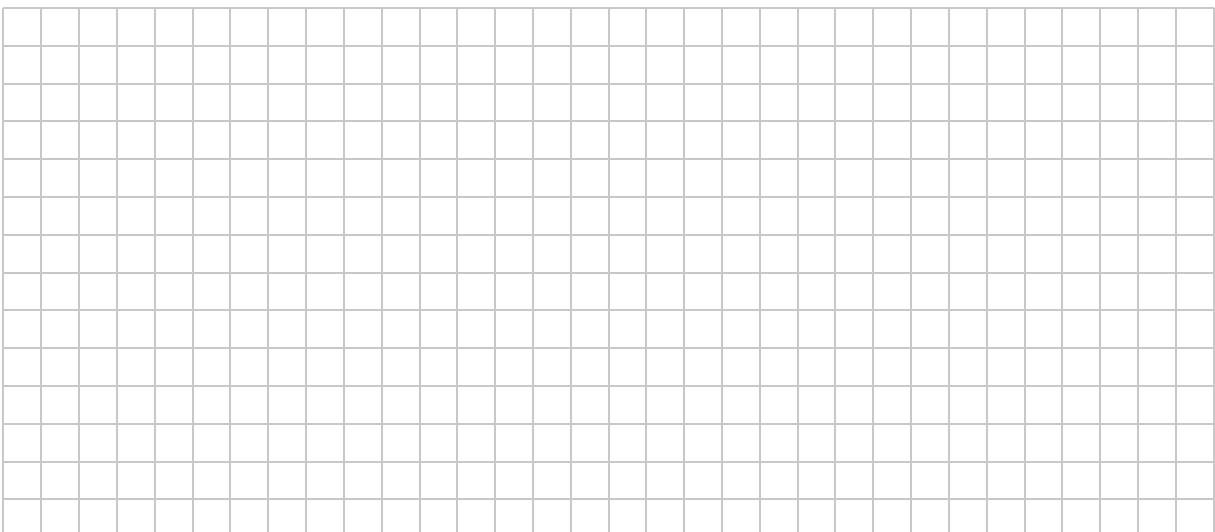
**Ceist 4****(25 marc)**

- (a) Cruthaigh agus ionduchtú á úsáid agat, más slánuimhir dheimhneach é  $n$  go bhfuil

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta), \text{ áit a bhfuil } i^2 = -1.$$



- (b) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh  $\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$  san fhoirm is simplí.



**Ceist 5****(25 marks)**

- (a) Is tábla éigríochta de sheichimh chomhbhreise é *Criathar Sundaram*. Taispeántar thíos na téarmaí sna chéad cheithre shraith agus sna chéad cheithre cholún den tábla.

4	7	10	13		
7	12	17	22		
10	17	24	31		
13	22	31	40		

- (i) Faigh an **difríocht** idir **shuimeanna** na chéad 45 téarma sa chéad dá shraith.

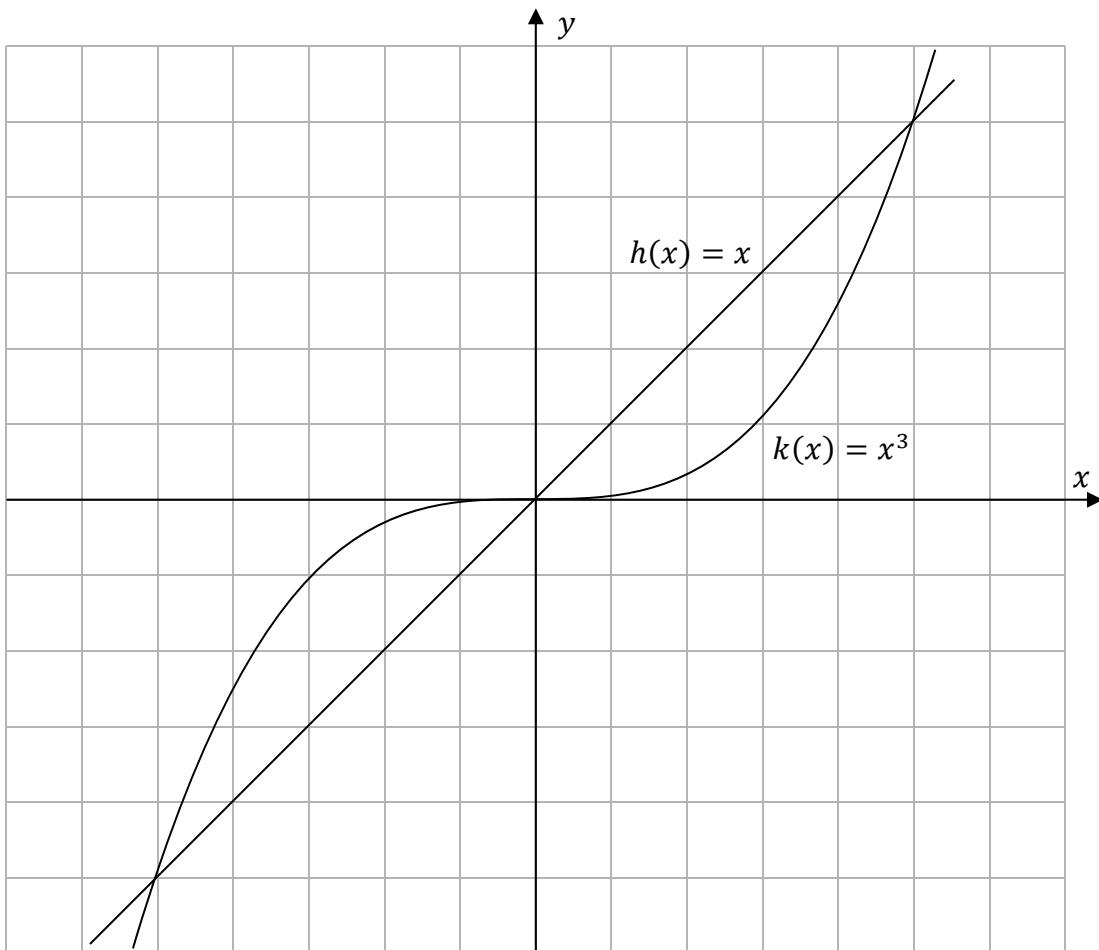
- (ii) Faigh an uimhir atá sa 60ú sraith agus sa 70ú colún den tábla.

- (b) Is iad an chéad dá théarma i seicheadh ná  $a_1 = 4$  agus  $a_2 = 2$ .  
Sainítear an téarma ginearálta de réir  $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$ , nuair atá  $n \geq 3$ .  
Scríobh na chéad 6 théarma eile sa seicheadh **agus uaidh sin** faigh luach  $a_{2019}$

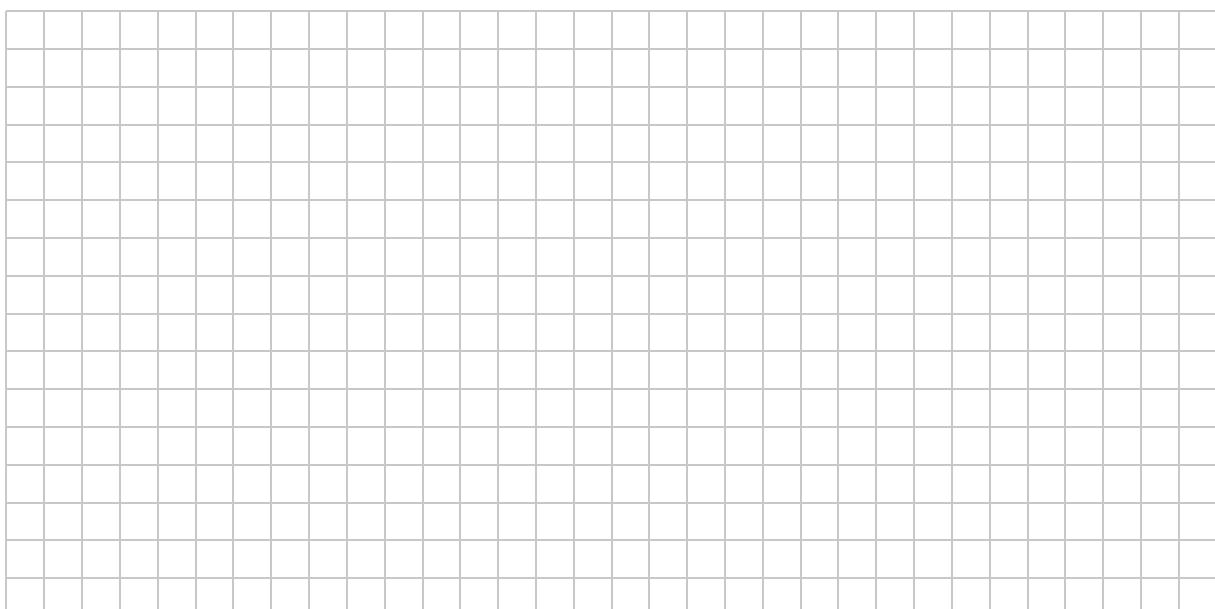
$a_{2019} =$

**Ceist 6****(25 marc)**

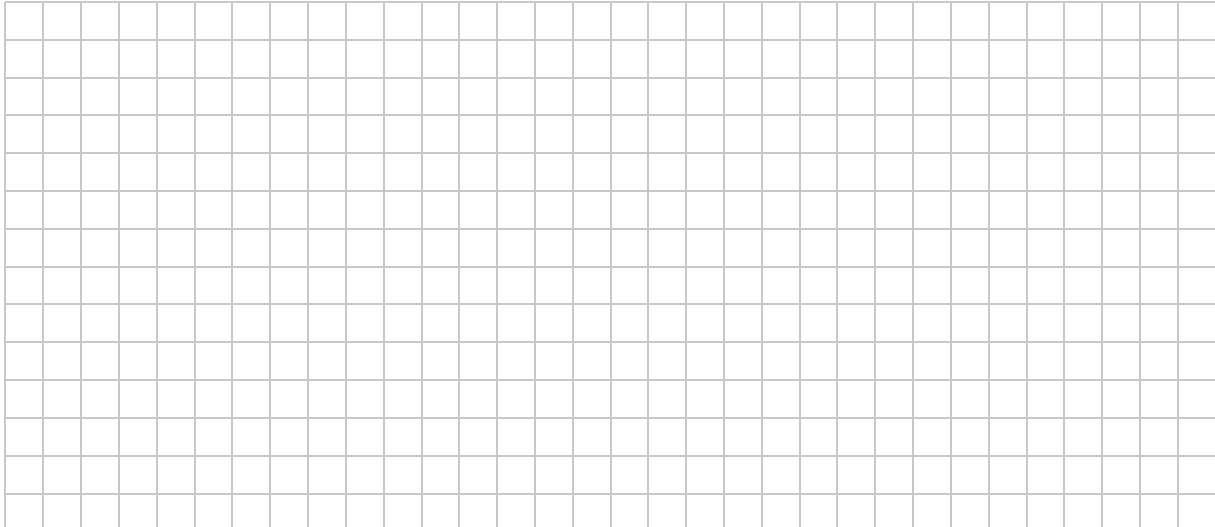
Taispeántar ar an láearáid thíos cuid de ghraif na bhfeidhmeanna  $h(x) = x$  agus  $k(x) = x^3, x \in \mathbb{R}$ .



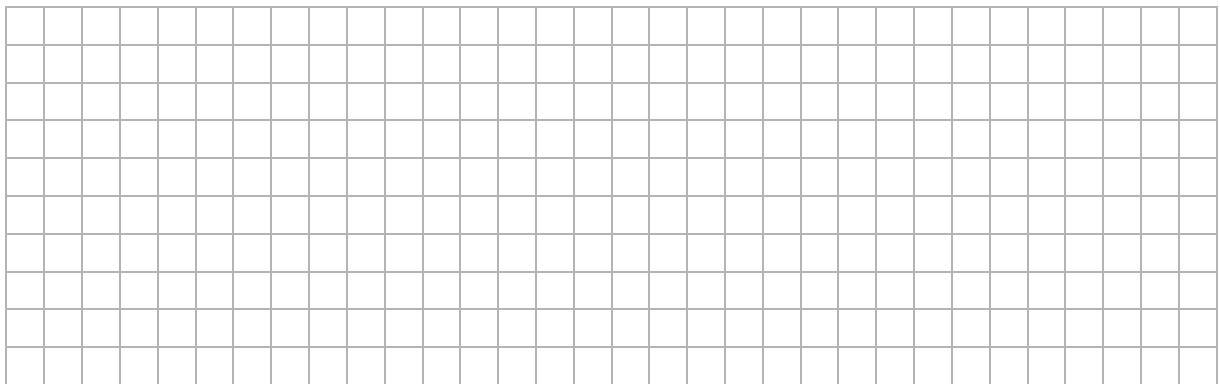
- (a)** Faigh comhordanáidí phointí trasnaithe ghraif an dá fheidhm.



- (b) (i)** Faigh an t-achar iomlán atá iniata idir ghraif an dá fheidhm.



- (ii)** Tarraing graf  $k^{-1}$ , feidhm inbhéartach  $k$ , ar an léaráid ar an leathanach roimhe seo trí úsáid a bhaint as siméadracht nó ar shlí eile.



Freagair **na trí cheist go léir** as an roinn seo.

**Ceist 7**

(55 marc)

Is féidir an t-am, ina laethanta cleachtaidh, a thógann sé ar Jeaic foghlaim conas  $x$  focal sa nóiméad (fsn) a chlóscríobh a shamhadtú leis an bhfeidhm:

$$t(x) = k \left[ \ln \left( 1 - \frac{x}{80} \right) \right], \text{ áit a bhfuil } 0 \leq x \leq 70, \quad x \in \mathbb{R} \text{ agus áit ar tairiseach é } k.$$

- (a)** Bunaithe ar an bhfeidhm  $t(x)$ , is féidir le Jeaic foghlaim conas 35 fsn a chlóscríobh i 35·96 lá. Scríobh an fheidhm thusa i dtéarmaí  $k$  agus **uaidh sin** taispeán go bhfuil  $k = -62\cdot5$ , ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

- (b)** Faigh líon na fsn a d'fhéadfadh Jeaic a chlóscríobh dá mbeadh 100 lá cleachtaidh aige. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

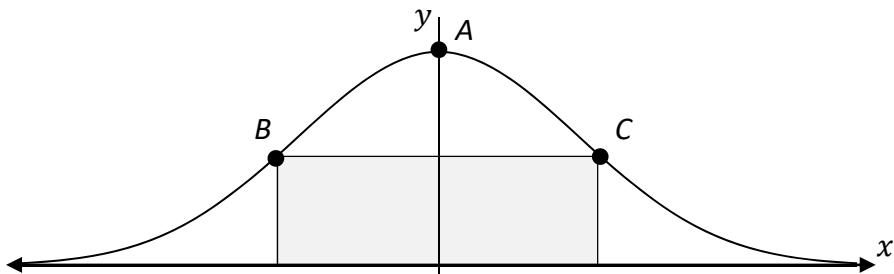
- (c)** Comhlánaigh an tábla thíos, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire, **agus uaidh sin** tarraing graf  $t(x)$ , áit a bhfuil  $0 \leq x \leq 70$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

$x$ (fsn)	0	10	20	30	40	50	60	70
$t(x)$ (laethanta)								



**Ceist 8****(40 marc)**

Taispeántar thíos graf na feidhme **siméadraí**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$ .

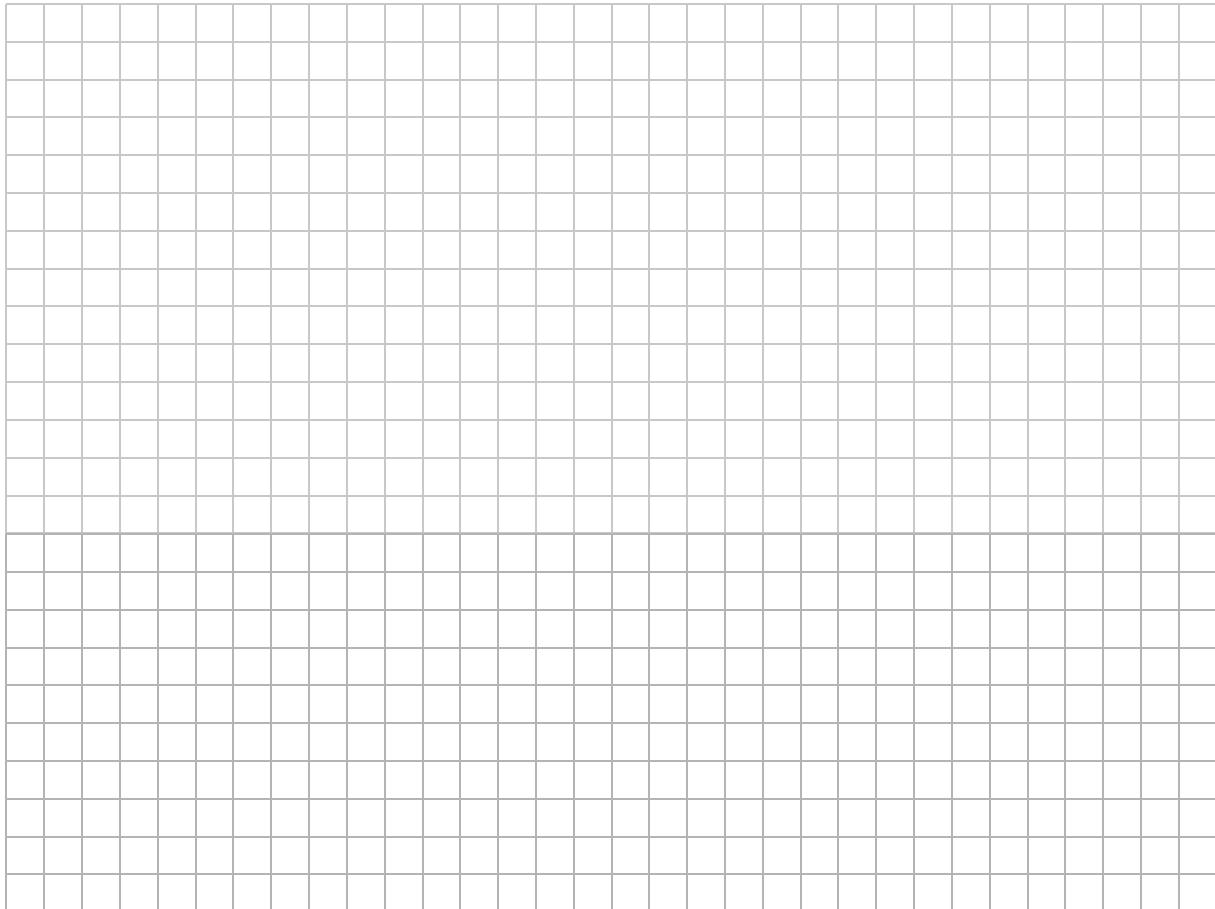


- (a)** Faigh comhordanáidí  $A$ , an pointe ina dtrasnaíonn an graf an  $y$ -ais.  
Bíodh do fhreagra i dtéarmaí  $\pi$ .

- (b)** Is iad comhordanáidí  $B$  ná  $\left(-1, \frac{1}{\sqrt{2\pi}e}\right)$ . Faigh achar na dronuilleoige scáthaithe sa léaráid thuas. Bíodh do freagra ceart go dtí 3 ionad dheachúlacha.

- (c)** Bain úsáid as an gcalcalas chun a chruthú go bhfuil  $f(x)$  ag laghdú ag  $C$ .

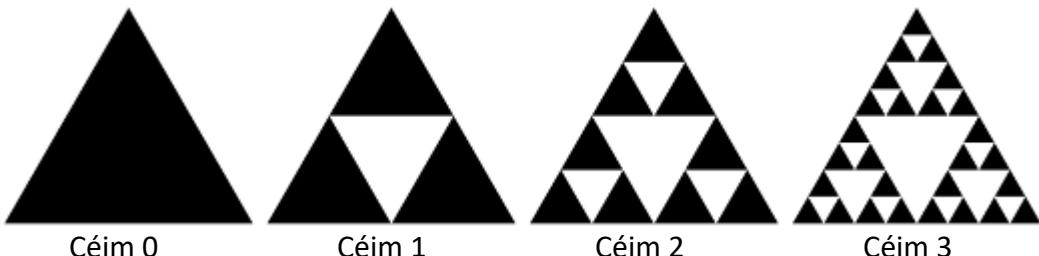
- (d) Taispeáin go bhfuil pointe athchasaidh ag graf  $f(x)$  ag an bpointe  $B$ .



**Ceist 9**

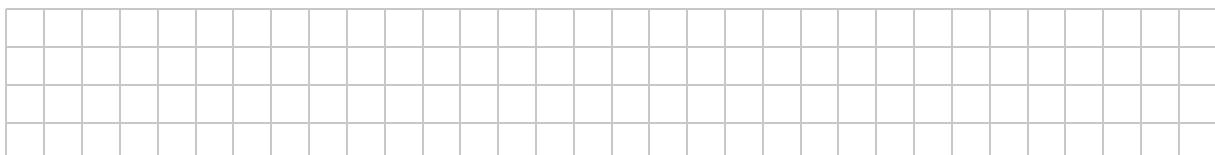
(55 marc)

Taispeánann an léaráid thíos na chéad 4 chéim de phatrún éigríochta trína gcruthaítear *Triantán Sierpinski*. Tosaíonn an seicheamh le triantán comhshleasach dubh. Cruthaítear gach céim trí thriantán comhshleasach a bhaint as lár gach triantáin dhuibh sa chéim roimhe, mar a thaispeántar. Déantar gach triantán comhshleasach a bhaintear trí lárphointí na sleasa i dtriantán dubh sa chéim roimhe a cheangal le chéile.

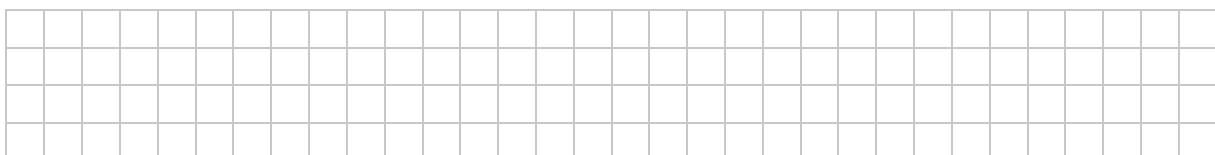


- (a) Taispeánann an tábla thíos líon na dtriantán dubh i ngach ceann de na 4 chéim **agus** an codán den bhuntriantán atá fágtha ag gach céim. Comhlánaigh an tábla.

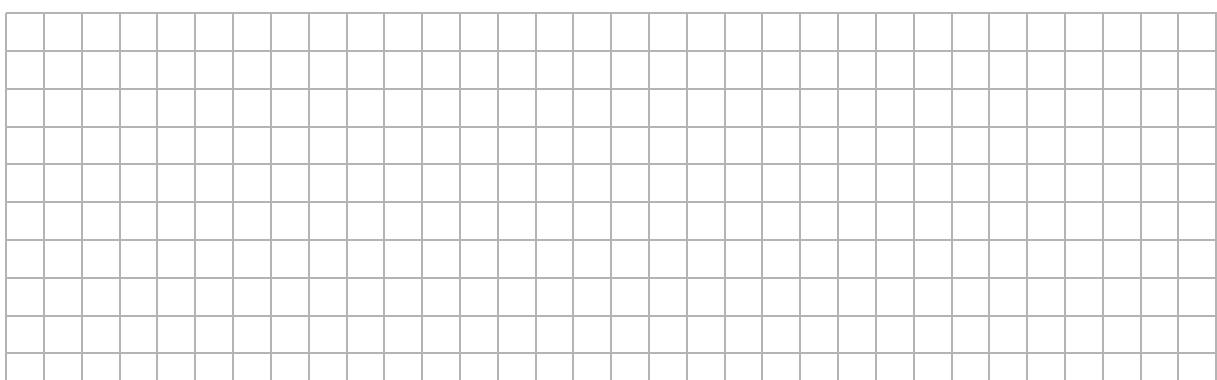
Céim	0	1	2	3
Líon na dtriantán dubh	1			
An codán den bhuntriantán atá fágtha	1		$\frac{9}{16}$	



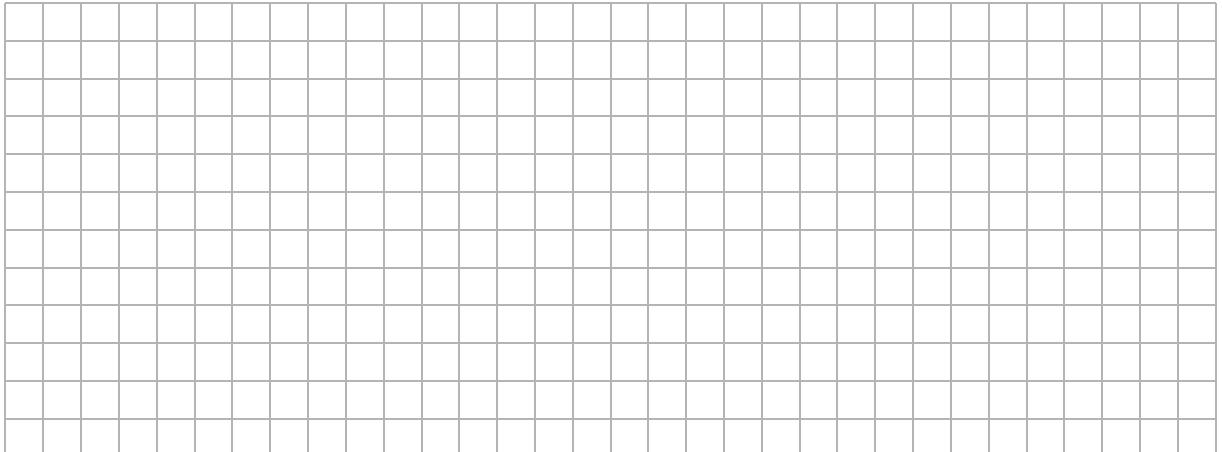
- (b) (i) Breac slonn i dtéarmaí  $n$  do líon na dtriantán dubh i gcéim  $n$  den phatrún.



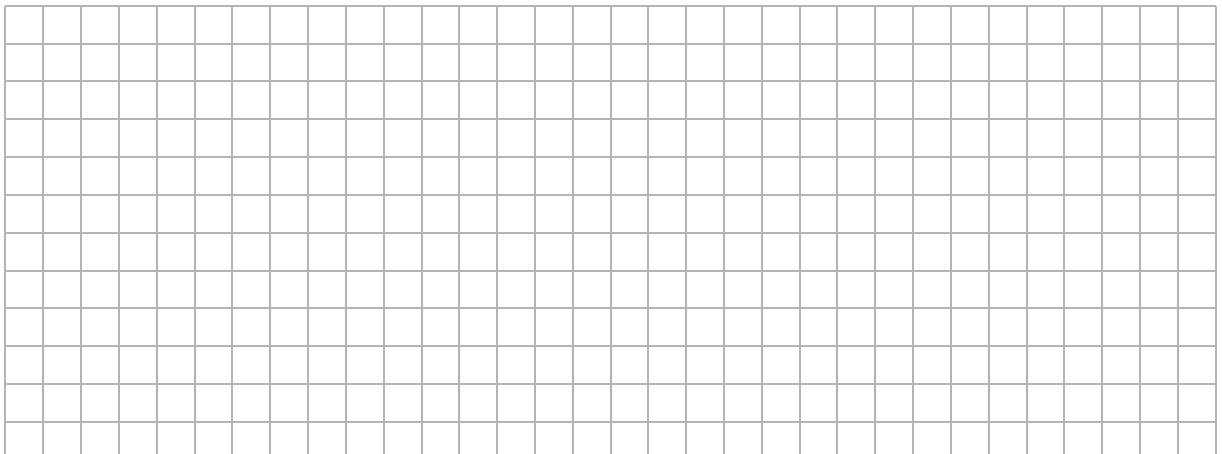
- (ii) Is í céim  $k$  an chéad chéim den phatrún ina bhfuil líon na dtriantán dubh **níos mó** ná míle milliún (i.e.  $1 \times 10^9$ ) den chéad uair. Faigh luach  $k$ .



- (c) (i) Is í céim  $h$  an chéad chéim den phatrún ina bhfuil an codán den bhuntriantán atá fágtha níos lú ná  $\frac{1}{100}$  den bhuntriantán féin. Faigh luach  $h$ .



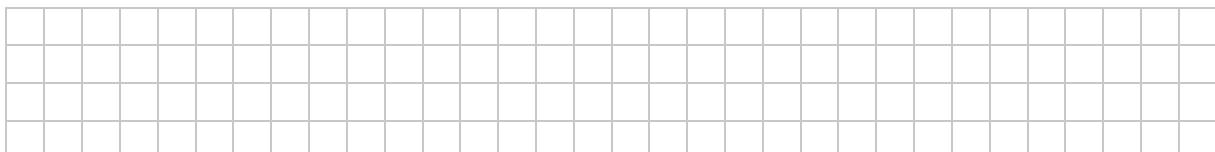
- (ii) Cén codán den bhuntriantán atá fágtha tar éis líon éigríochta céimeanna den phatrún?



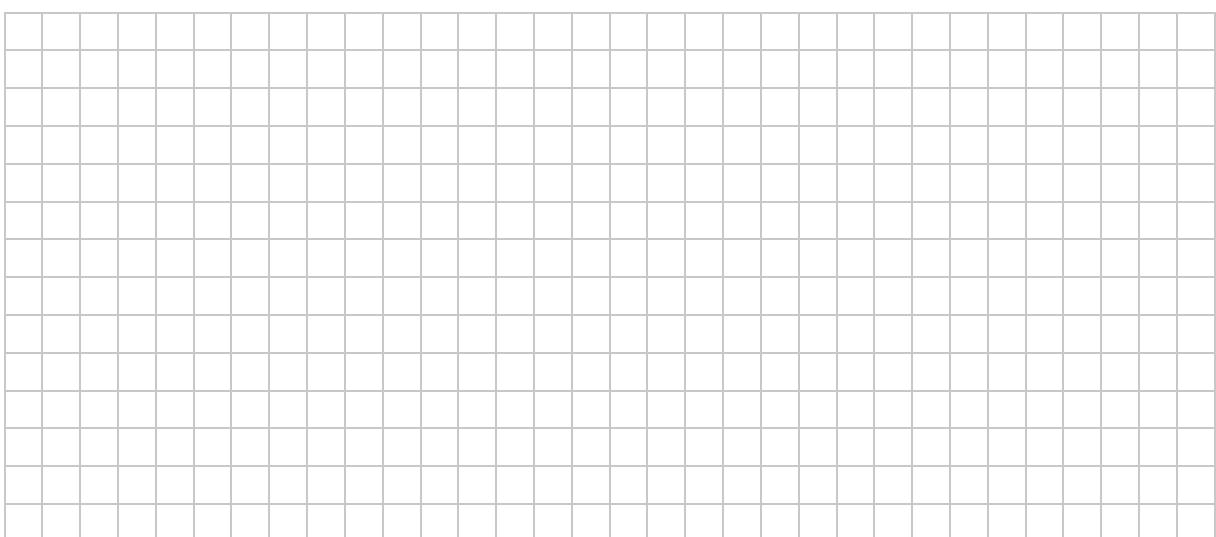
Tá an cheist seo ar leanúint ar an gcéad leathanach eile

- (d) (i) 1 aonad ar fad atá gach slios ar an triantán i gcéim 0. Taispeántar sa tábla thíos fad iomlán na n-imlínte ar na triantáin dhubha go léir i ngach ceann de na chéad 5 chéim. Comhlánaigh an tábla thíos.

Céim	0	1	2	3	4
Imlíne	3		$\frac{27}{4}$		



- (ii) Faigh fad iomlán na n-imlínte ar na triantáin dhubha i gcéim 35 den phatrún. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an t-aonad is gaire.



- (iii) Bain úsáid as do fhreagraí ar chuid (c)(ii) agus ar chuid (d)(ii) chun cur síos a dhéanamh ar **achar iomlán** agus ar **imlíne iomlán** na dtiantán dubh i gcéim  $n$  den phatrún, de réir mar a dhruideann  $n$  leis an éigríoch.

Achar:

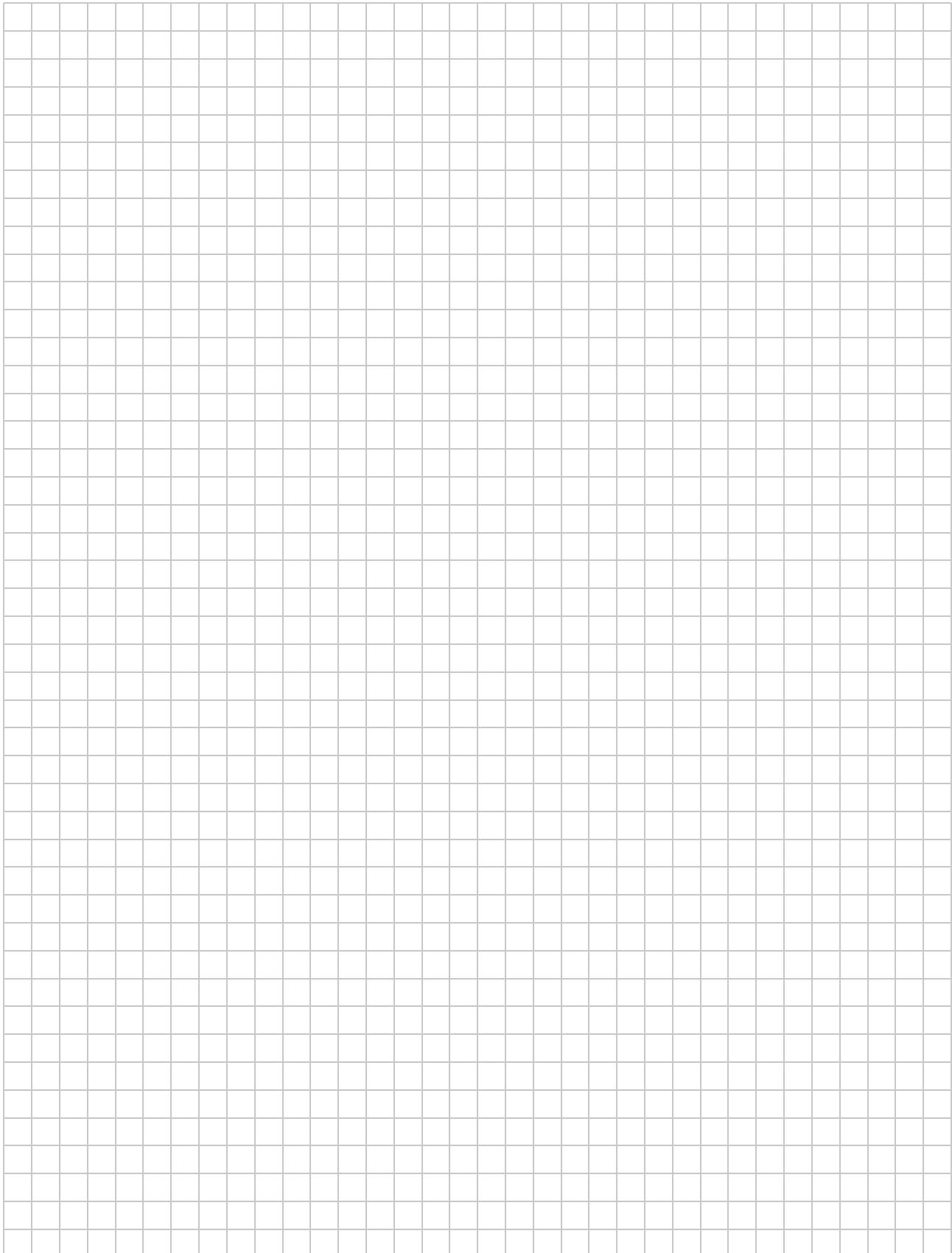


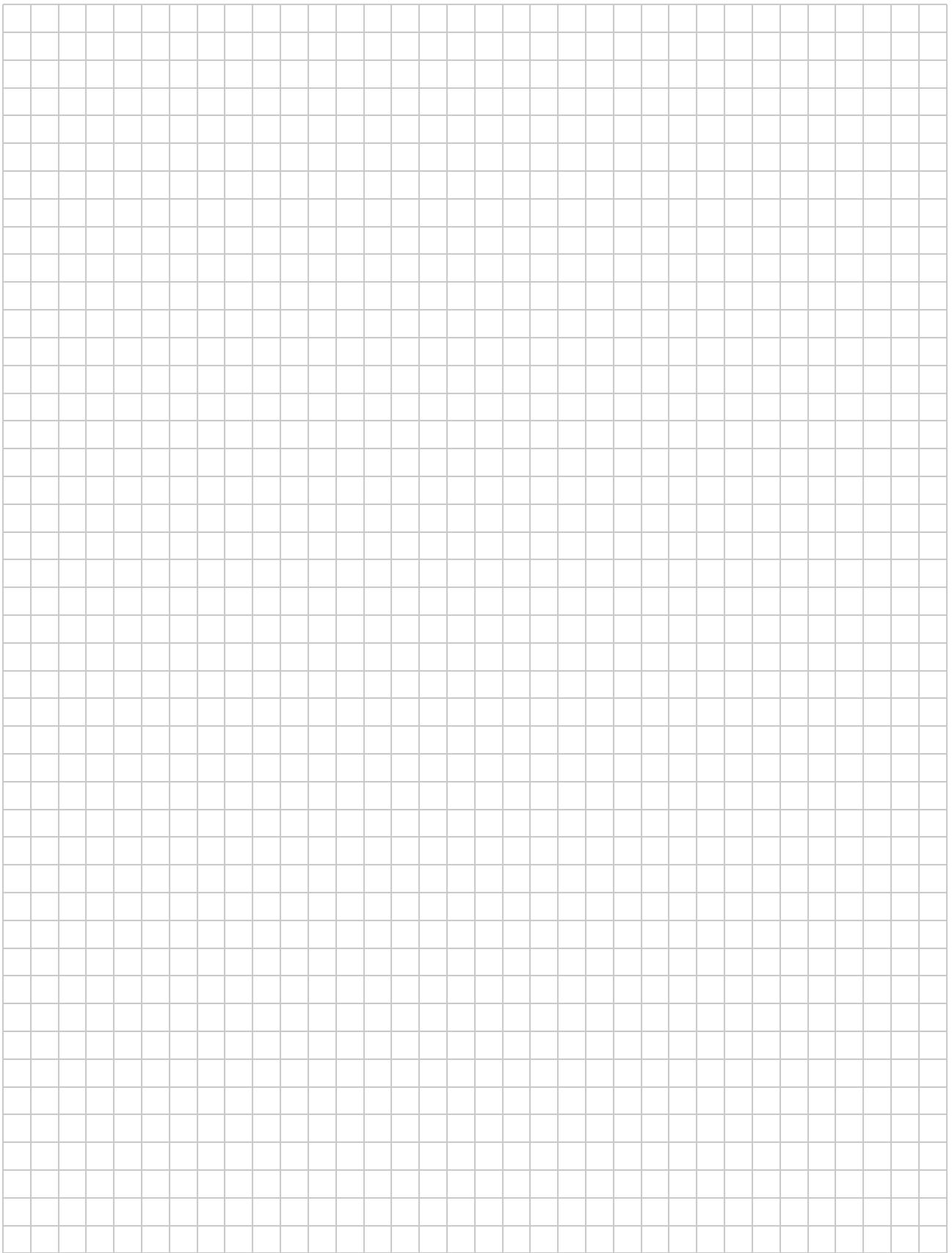
Imlíne:



Is féidir leat an leathanach seo a úsáid d'obair bhreise.

Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.

A large rectangular grid of squares, approximately 20 columns by 30 rows, designed for handwriting practice. It occupies most of the page below the text instructions.



An Ardteistiméireacht, 2018 – Ardleibhéal

## Matamaitic – Páipéar 1

Dé hAoine, 8 Meitheamh  
Tráthnóna, 2:00 go dtí 4:30