



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

AN ARDTEISTIMÉIREACHT 2008

**AISTRIÚCHÁN
AR SCÉIM MHARCÁLA**

MATAMAITIC

ARDLEIBHÉAL



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

AN ARDTEISTIMÉIREACHT 2008

AISTRIÚCHÁN AR SCÉIM MHARCÁLA

MATAMAITIC

ARDLEIBHÉAL

Clár

Leathanach

TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 1	4
CEIST 1.....	5
CEIST 2.....	11
CEIST 3.....	15
CEIST 4.....	18
CEIST 5.....	21
CEIST 6.....	24
CEIST 7.....	27
CEIST 8.....	31
TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 2	37
CEIST 1.....	38
CEIST 2.....	41
CEIST 3.....	45
CEIST 4.....	48
CEIST 5.....	51
CEIST 6.....	54
CEIST 7.....	57
CEIST 8.....	60
CEIST 9.....	64
CEIST 10.....	67
CEIST 11.....	70
MARCANNA BREISE AS UCHT FREAGAIRT TRÍ GHAEILGE	73



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

AN ARDTEISTIMÉIREACHT 2008

**AISTRIÚCHÁN
AR SCÉIM MHARCÁLA**

MATAMAITIC – PÁIPÉAR 1

ARDLEIBHÉAL

SCÉIM MHARCÁLA SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA 2008

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL – PÁIPÉAR 1

TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 1

1. Cuirtear trí chineál pionóis i bhfeidhm ar obair iarrthóirí mar a leanas:
 - Botún - earráidí matamaiticiúla/ábhar fágtha ar lár (-3)
 - Sciorradh - earráidí uimhriúla (-1)
 - Míléamh - (ar choinníoll nach ndéantar róshimpliú ar an tasc) (-1).

Na hearráidí a tharlaíonn go minic agus nach mór na pionóis seo a chur i bhfeidhm orthu, tá siad liostaithe sa scéim. Seo a leanas na lipéid atá orthu: B1, B2, B3,..., S1, S2,..., M1, M2,...etc. Ní liostaí iomlána iad seo.
2. Le linn marcanna a thabhairt i leith iarrachtaí e.g. Iarr 3, tabhair an méid seo a leanas do d'aire:
 - aon chéim *cheart*, *ábhartha* i gcuid de cheist, tuilleann an chéim sin, ar a laghad, an marc i leith na hiarrachta atá ag gabháil leis an gcuid sin
 - más rud é go bhfágann asbhaintí go bhfuil marc áirithe níos ísle ná an marc i leith na hiarrachta, ansin ní mór an marc i leith na hiarrachta a thabhairt
 - ní thugtar marc idir nialas agus an marc i leith iarrachta riamh.
3. Tugtar nialas d'obair gan fiúntas. Tá roinnt samplaí d'obair den sórt sin liostaithe sa scéim agus na lipéid W1, W2, .. etc. orthu.
4. Ciallaíonn an frása “aimsíú nó iomrall” nach dtugtar marcanna páirteacha – faigheann an t-iarrthóir na marcanna ábhartha go léir nó ní fhaigheann sé/sí marcanna ar bith.
5. Ciallaíonn an frása “agus stopann sé/sí” nach léiríonn an t-iarrthóir aon obair fhiúntach eile.
6. Is ionann réiltín agus a rá go bhfuil nótaí speisialta ann a bhaineann le marcáil cuid áirithe de cheist. Tá na nótaí sin le fáil díreach i ndiaidh an bhosca ina bhfuil an réiteach ábhartha.
7. Níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chur chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.
8. Mura rud é go léirítear a mhalairt sa scéim, glac leis an gceann is fearr de dhá iarracht nó níos mó – fiú amháin i gcás iarrachtaí a cealaíodh.
9. Ní ghearrtar pionós ar an earráid *chéanna* sa chuid *chéanna* de cheist *ach uair amháin*.
10. Marcanna i leith iarrachta ar a mhéad is ceart a thabhairt i gcásanna áirithe, fíoruithe agus freagraí a thig ó léaráidí.
11. Tugtar an marc i leith iarrachta, ar a mhéad, i gcás botún, ábhar ar lár nó míléamh a bheadh tromchúiseach.
12. Ná gearr pionós as camóg a úsáid in ionad lánstad e.g. is féidir €5,50 a scríobh in ionad €5.50.

CEIST 1

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2,2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2,2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
-----------------	-----------------------	--------------------

1.	(a) Simpligh go hiomlán	$\frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} - \frac{x}{x + 2}.$
----	-------------------------	--

Uimhreoir Ceart	5 mharc	Iarr 2
Críoch	5 mharc	Iarr 2

1 (a)

$$\begin{aligned}
 \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} - \frac{x}{x + 2} &= \frac{x^2 + 4}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{x}{(x + 2)} \\
 &= \frac{(x^2 + 4) - x(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)} \\
 &= \frac{x^2 + 4 - x^2 + 2x}{(x - 2)(x + 2)} \\
 &= \frac{2x + 4}{(x - 2)(x + 2)} \\
 &= \frac{2(x + 2)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{2}{x - 2}
 \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Fachtóirí, aon uair amháin

B2 Séana

B3 Cealú mícheart

1. (b)

(b) Agus tú ag glacadh leis gur slánuimhir ceann amháin de na fréamhacha, réitigh an chothromóid:

$$6x^3 - 29x^2 + 36x - 9 = 0.$$

 $(x - 3)$ a fháil mar fhachtóir

5 mharc

Iarr 2

Roinnt

5 mharc

Iarr 2

An dá fhachtóir eile

5 mharc

Iarr 2

Fréamhacha

5 mharc

Iarr 2

1. (b)

$$f(x) = 6x^3 - 29x^2 + 36x - 9$$

$$f(1) = 6 - 29 + 36 - 9 \neq 0$$

$$f(2) = 48 - 116 + 72 - 9 \neq 0$$

$$f(3) = 162 - 261 + 108 - 9 = 270 - 270 = 0.$$

$$\therefore x = 3 \Rightarrow \text{is fachtóir é } (x - 3).$$

$$(x - 3)(6x^2 + ax + 3) = 6x^3 - 29x^2 + 36x - 9.$$

$$\therefore a - 18 = -29 \Rightarrow a = -11.$$

$$\therefore 6x^2 - 11x + 3 = 0 \Rightarrow (3x - 1)(2x - 3) = 0.$$

$$\therefore 3x - 1 = 0 \text{ nó } 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ nó } x = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Fréamhacha: } 3, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}.$$

NÓ

$(x - 3)$ a fháil mar fhachtóir

5 mharc

Iarr 2

Roinnt

5 mharc

Iarr 2

An dá fhachtóir eile

5 mharc

Iarr 2

Fréamhacha

5 mharc

Iarr 2

1. (b)

$$f(x) = 6x^3 - 29x^2 + 36x - 9$$

$$f(1) = 6 - 29 + 36 - 9 \neq 0$$

$$f(-1) \neq 0$$

$$\begin{aligned} f(3) &= 6(27) - 29(9) + 36(3) - 9 \\ &= 162 - 261 + 108 - 9 \\ &= 270 - 270 \end{aligned}$$

$$f(3) = 0 \Rightarrow (x - 3), \text{ is fachtóir é}$$

$$\begin{array}{r} 6x^2 - 11x + 3 \\ x - 3 \overline{) 6x^3 - 29x^2 + 36x - 9} \\ \underline{6x^3 - 18x^2} \\ -11x^2 + 36x \\ \underline{-11x^2 + 33x} \\ 3x - 9 \\ \underline{3x - 9} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 3)(6x^2 - 11x + 3) \\ &= (x - 3)[(3x - 1)(2x - 3)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Rightarrow (x - 3)(3x - 1)(2x - 3) = 0 \\ &\Rightarrow x = 3, \frac{1}{3}, \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Tástáil don fhréamh

B2 Fachtóir a dhéaduchtú ón bhfréamh nó gan aon déaduchtú a dhéanamh

B3 Séana

B4 Foirmle na fréimhe (aon uair amháin)

B5 Fréamh a dhéaduchtú ón bhfachtóir nó gan aon déaduchtú a dhéanamh

B6 Le linn comhéifeachtaí a chothromú, gan codanna comhchosúla a úsáid

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

S2 Gan comhartha a athrú le linn dealú a dhéanamh mar chuid den roinnt

Gan Fiúntas

W1 $x(6x^2 - 29x + 36) = 9$, in éineacht le tuilleadh oibre nó gan tuilleadh oibre

NÓTA Má tá fuilleach ann tar éis roinnt, nó tar éis roinnt neamhiomlán, ní féidir le hiarrthóirí ach Iarr, ar a mhéad, a fháil i leith na bhfachtóirí agus na bhfréamhacha eile.

Cuid (c)**20 (5, 5, 5, 5) marc****Iarr (2, 2, 2, 2)****1. (c)**

(c) Dhá cheann de fhréamhacha na cothromóide $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ iad p agus $-p$.
Taispeáin go bhfuil $bc = ad$.

 $(x^2 - p^2)$ fachtóir**5 mharc****Iarr 2****Roinnt****5 mharc****Iarr 2****Fuilleach = 0****5 mharc****Iarr 2****Críoch****5 mharc****Iarr 2****1. (c)**

$x = p$ agus $x = -p \Rightarrow (x - p)(x + p) = x^2 - p^2$, is fachtóir é.

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = (x^2 - p^2) \left(ax - \frac{d}{p^2} \right).$$

$$\therefore \text{ tá } b = -\frac{d}{p^2} \text{ agus tá } c = -ap^2.$$

$$p^2 = -\frac{c}{a} \Rightarrow b = \frac{ad}{c} \Rightarrow bc = ad.$$

NÓ

$(x^2 - p^2)$ fachtóir

5 mharc

Iarr 2

Fachtóir Líneach

5 mharc

Iarr 2

Comhéifeacht a Chothromú

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

1 (c)

Is fréamhacha iad p agus $(-p) \Rightarrow (x - p)$ agus is fachtóirí iad $(x + p) \Rightarrow (x^2 - p^2)$, is fachtóir é

$$\begin{array}{r} \overline{ax + b} \\ x^2 - p^2 \overline{) ax^3 + bx^2 + cx + d} \\ \underline{ax^3 - ap^2x} \\ bx^2 + (c + ap^2)x \\ \underline{bx^2 - bp^2} \\ (c + ap^2)x + bp^2 + d \end{array}$$

Ós rud é gur fachtóir é $(x^2 - p^2)$, fuilleach = 0

$$(c + ap^2)x + (bp^2 + d) = (0)x + (0)$$

$$\Rightarrow (i): c + ap^2 = 0$$

$$p^2 = -\frac{c}{a}$$

$$(ii) bp^2 + d = 0$$

$$p^2 = -\frac{d}{b}$$

$$\text{Ó (i) agus (ii): } -\frac{c}{a} = -\frac{d}{b}$$

$$cb = ad$$

NÓ

Dhá Chothromóid
Suimiú
Dealú
Críoch

5 mharc
5 mharc
5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2
Iarr 2
Iarr 2

1 (c)

Ós rud é gur fréamh é p de $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

$$a(p)^3 + b(p)^2 + c(p) + d = 0$$

$$ap^3 + bp^2 + cp + d = 0 \dots\dots\dots(i)$$

Ar an dóigh chéanna is fréamh é $(-p)$

$$a(-p)^3 + b(-p)^2 + c(-p) + d = 0$$

$$-ap^3 + bp^2 - cp + d = 0 \dots\dots\dots(ii)$$

Ag suimiú (i) agus (ii): $2bp^2 + 2d = 0$

$$bp^2 = -d$$

$$p^2 = -\frac{d}{b} \dots\dots\dots(iii)$$

Ag dealú (i) agus (ii): $2ap^3 + 2cp = 0$

$$ap^2 = -c$$

$$p^2 = -\frac{c}{a} \dots\dots\dots(iv)$$

Ó (iii) agus (iv): $-\frac{d}{b} = -\frac{c}{a}$
 $ad = bc$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Gan $(x^2 - p^2)$ a bheith mar fhachtóir, aon uair amháin

B3 Le linn comhéifeachtaí a chothromú, gan codanna comhchosúla a úsáid

Sciorthaí (-1)

S1 Gan comhartha a athrú le linn dealú a dhéanamh mar chuid den roinnt

Iarrachtaí

A1 Aon iarracht roinnt a dhéanamh

A2 Gan an fachtóir eile a bheith líneach. Ní féidir aon mharc eile a fháil anois

CEIST 2

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
-----------------	-----------------------	--------------------

2. (a)
(a) Sloinn $x^2 + 10x + 32$ san fhoirm $(x + a)^2 + b$.

Scoilt	5 mharc	Iarr 2
Sloinn	5 mharc	Iarr 2

2. (a)
$x^2 + 10x + 32 = x^2 + 10x + 25 + 7 = (x + 5)^2 + 7.$

* Glac le réitigh atá bunaithe ar dhá luach ar x .

NÓ

Comhéifeachtaí a Chothromú	5 mharc	Iarr 2
Cothromóidí a réiteach	5 mharc	Iarr 2

2. (a)
$x^2 + 10x + 32 = (x + a)^2 + b$ $x^2 + (10)x + 32 = x^2 + (2a)x + (a^2 + b)$
Comhéifeachtaí a Chothromú (i) $10 = 2a$ $5 = a$ (ii) $a^2 + b = 32$ $25 + b = 32$ $b = 7$

Botúin (-3)

- B1 Séana
- B2 Forbairt $(x + a)^2$, aon uair amháin
- B3 Cearnóg a chomhlánú
- B4 Le linn comhéifeachtaí a chothromú, gan codanna comhchosúla a úsáid
- B5 Gan 'a' nó gan 'a' a dhéaduchtú
- B6 Gan 'b' nó gan 'b' a dhéaduchtú

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil

2. (b)

(b) Is iad α and β fréamhacha na cothromóide $x^2 - 7x + 1 = 0$.(i) Faigh luach $\alpha^2 + \beta^2$.(ii) Faigh luach $\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3}$.(i) Luachanna $\alpha + \beta$ & $\alpha\beta$,

nó réitigh coth. chearnach

5 mharc

Iarr 2

 $\alpha^2 + \beta^2$

5 mharc

Iarr 2

(ii) Fachtóirí

5 mharc

Iarr 2

Luach

5 mharc

Iarr 2

2. (b) (i)

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 7 \text{ agus } \alpha\beta = \frac{c}{a} = 1.$$

$$(\alpha + \beta)^2 = 49 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = 49.$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 47.$$

2. (b) (ii)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3} &= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha^3 \beta^3} = \frac{(\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)}{1} \\ &= 7(47 - 1) = 322. \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Suim mhícheart

B3 Iolrach mícheart

B4 Ráiteas mícheart

B5 Fachtóirí

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

2. (c)

- (c) Más réaduimhreacha neamhnialasacha iad a agus b , taispeáin nach féidir le luach $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ a bheith riamh idir -2 agus 2 .

Nod: Scrúdaigh an cás go mbaineann na comharthaí céanna le a agus b ar leithligh ón gcás go mbaineann comharthaí contrártha leo.

Éagothromóid den chomhartha céanna

5 mharc

Iarr 2

Déaduchtú ón eolas thuas

5 mharc

Iarr 2

Éagothromóid den chomhartha contrártha

5 mharc

Iarr 2

Déaduchtú ón eolas thuas

5 mharc

Iarr 2

Cás 1: tá an comhartha céanna ag a agus ag b .

Sa chás seo, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 0$, dá bhrí sin is gá dúinn a thaispeáint go bhfuil $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 > 2ab, \quad (\text{ó tharla go bhfuil } ab > 0)$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)^2 > 0 \quad \text{Fíor.}$$

Cás 2: tá comhartha contrártha ag a i gcomparáid leis an gcomhartha atá ag b .

Sa chás seo, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} < 0$, dá bhrí sin is gá dúinn a thaispeáint go bhfuil $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} < -2$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} < -2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 > -2ab, \quad (\text{ó tharla go bhfuil } ab < 0)$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow (a + b)^2 > 0 \quad \text{Fíor.}$$

Nó

$x + \frac{1}{x} = k$	5 mharc	Iarr 2
Coth. Chearnach	5 mharc	Iarr 2
$b^2 - 4ac$	5 mharc	Iarr 2
Déaduchtú	5 mharc	Iarr 2

2.(c)

Bíodh $\frac{a}{b} = x$. Mar sin caithfear a thaispeáint nach ionann $\left(x + \frac{1}{x}\right)$ agus $\in [-2, 2]$ riamh

Bíodh $\left(x + \frac{1}{x}\right) = k$. Mar sin, caithfear a thaispeáint $|k| > 2$

$$x + \frac{1}{x} = k$$

$$x^2 + 1 = kx$$

$$x^2 - kx + 1 = 0$$

Do x réadach, $b^2 - 4ac > 0$

$$\text{i.e. } k^2 - 4 > 0$$

$$k^2 > 4$$

$$\text{i.e., } |k| > 2$$

NÓ

Luach Modail	5 mharc	Iarr 2
Cearnú	5 mharc	Iarr 2
$\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2$	5 mharc	Iarr 2
Déaduchtú	5 mharc	Iarr 2

2.(c)

Teastaíonn $\left|\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right| > 2$ a thaispeáint

Cruthúnas: $\Leftrightarrow \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 > 4$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2 > 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2 > 0 \quad \text{Fíor}$$

Botúin (-3)

B1 Comhartha na héagothromóide

B2 Fachtóirí

B3 Déaduchtú mícheart nó gan aon déaduchtú a dhéanamh

CEIST 3

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
-----------------	-----------------------	--------------------

3. (a) Seasadh A don mhaitrís $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Faigh an mhaitrís B , ar fíor ina leith $AB = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

A^{-1}	5 mharc	Iarr 2
B	5 mharc	Iarr 2

3 (a)

$$AB = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow B = A^{-1} \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

NÓ

Ceithre chothromóid	5 mharc	Iarr 2
Ceithre luach	5 mharc	Iarr 2

3 (a) Bíodh $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ Ansin, $AB = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

(i): $3p + 5r = 4$ (ii): $3q + 5s = 6$
 (iii): $p + 2r = 3$ (iv): $q + 2s = 2$

(i) agus (iii): $3p + 5r = 4 \Rightarrow 3p + 5r = 4$
 $p + 2r = 3 \Rightarrow 3p + 6r = 9$
 $\underline{-r = -5} \Rightarrow r = 5 \Rightarrow p = -7$

(ii) agus (iv) $3q + 5s = 6 \Rightarrow 3q + 5s = 6$
 $q + 2s = 2 \Rightarrow 3q + 6s = 6$
 $\underline{-s = 0} \Rightarrow s = 0 \Rightarrow q = 2$

$B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

Botúin (-3)

- B1 Inbhéartú foirmle
 B2 Iolrú maitrise

Sciorthaí (-1)

- S1 Gach ball mícheart
 S2 Uimhriúil

3. (b) (i) Bíodh $z = \frac{5}{2+i} - 1$, áit a bhfuil $i^2 = -1$.
Sloinn z san fhoirm $a + bi$ agus breac é ar léaráid Argand.
- (ii) Bain feidhm as teoirim De Moivre chun z^6 a luacháil.

(i) z nuair a iolraítear é ar chomhchuingeach

5 mharc

Iarr 2

Breac

5 mharc

Iarr 2

(ii) z i bhfoirm pholach

5 mharc

Iarr 2

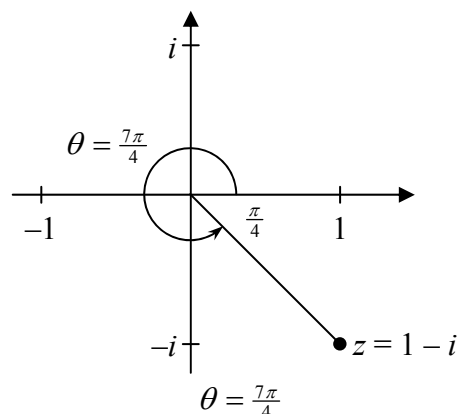
Luach

5 mharc

Iarr 2

3 (b) (i)

$$\begin{aligned}
 z &= \frac{5}{2+i} - 1 = \frac{5 - (2+i)}{2+i} = \frac{3-i}{2+i} \\
 &= \frac{3-i}{2+i} \cdot \frac{2-i}{2-i} \\
 &= \frac{6-5i+i^2}{4-i^2} \\
 &= \frac{5-5i}{5} \\
 \Rightarrow z &= 1-i
 \end{aligned}$$



3 (b) (ii)

$$\begin{aligned}
 z &= r(\cos \theta + i \sin \theta) \\
 z &= 2^{\frac{1}{2}}(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4}) \\
 z^6 &= \left[2^{\frac{1}{2}}(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4})\right]^6 \\
 &= (2)^3 \left[\cos \frac{21\pi}{2} + i \sin \frac{21\pi}{2}\right] \\
 &= 8 \left[\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right] \\
 &= 8[0 + i] \\
 &= 8i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |z| &= r = \sqrt{1 + (-1)^2} \\
 r &= \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 i B3 $(2+i)(2-i) \neq 5$

B4 Argóint

B5 Modal

B6 Sainmhíniú Triantánachta

B7 Ráiteas De Moivre, aon uair amháin

B8 Feidhmiú De Moivre

B9 Gan z a bhreacadh nó breacadh mícheart z

Sciorthaí (-1)

S1 Luach triantánachta

Gan Fiúntas

W1 Gan De Moivre a bheith ann

3 (c) Cruthaigh trí ionduchtú go bhfuil

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta \text{ le haghaidh } n \in \mathbf{N}.$$

$P(1)$ nó $P(0)$

5 mharc

Iarr 2

$P(k)$

5 mharc

Iarr 2

$P(k+1)$

5 mharc

Iarr 2

Cruthúnas

5 mharc

Iarr 2

3 (c)

Tástáil do $n = 0$.

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^0 = 1 \text{ agus } \cos 0 + i \sin 0 = 1. \therefore \text{Fíor do } n = 0.$$

Cuir i gcás gur fíor do $n = k$.

$$\therefore \text{tá } P(k) = (\cos \theta + i \sin \theta)^k = \cos k\theta + i \sin k\theta.$$

Tástáil do $n = k + 1$.

$$P(k+1) = (\cos \theta + i \sin \theta)^{k+1} = (\cos \theta + i \sin \theta)^k (\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$= (\cos k\theta + i \sin k\theta)(\cos \theta + i \sin \theta) \text{ mar go bhfuil } P(k) \text{ fíor.}$$

$$= (\cos k\theta \cos \theta - \sin k\theta \sin \theta) + i(\sin k\theta \cos \theta + \cos k\theta \sin \theta).$$

$$= \cos(k+1)\theta + i \sin(k+1)\theta.$$

$\therefore$ Fíor do $n = k + 1$.

$\therefore$ Fíor do $n \in \mathbf{N}$.

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Foirmle Triantánachta

B3 i

B4 Ráiteas De Moivre

* NÓTA: Glac le $n = 0$ nó $n = 1$ don chéad chéim

CEIST 4

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
-----------------	-----------------------	--------------------

4. (a)

(a) Sraith iolraíoch í $2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots$.
Faigh suim na sraithe go héigríoch.

Ionadú ceart san fhoirmle	5 mharc	Iarr 2
Suim	5 mharc	Iarr 2

4 (a)

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{2}{1-\frac{1}{3}} = 3.$$

Botúin (-3)

B1 Foirmle na suime go héigríoch

B2 Séana

B3 ‘*a*’ mícheart

B4 ‘*r*’ mícheart

Gan Fiúntas

W1 Úsáideann Sraith chomhbhreise.

4 (b) Agus tú ag glacadh le $u_n = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^n - 2$ le haghaidh gach $n \in \mathbb{N}$,

(i) scríobh síos u_{n+1} agus u_{n+2}

(ii) taispeáin go bhfuil $2u_{n+2} - u_{n+1} - u_n = 0$.

(i) Scríobh síos

5 mharc

Iarr 2

(ii) Téarmaí simplithe

5 mharc

Iarr 2

Ionadú ceart

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

4 (b) (i)

$$u_{n+1} = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 2. \quad u_{n+2} = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+2} - 2.$$

(ii)

$$\begin{aligned} 2u_{n+2} - u_{n+1} - u_n &= 4\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+2} - 4 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 2 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)^n + 2. \\ &= 4\left(\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)^n - 2\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)^n - 2\left(-\frac{1}{2}\right)^n \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^n + \left(-\frac{1}{2}\right)^n - 2\left(-\frac{1}{2}\right)^n = 0. \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Séana

Iarrachtaí

A1 Ní mór roinnt oibre atá ceart agus ábhartha a dhéanamh le séana

NÓTA: Is féidir an simpliú agus an t-ionadú a bheith in aon ord

Cuid (c)**20 (5, 5, 5, 5) marc****Iarr (2, 2, 2, 2)**

4 (c) (i) Scríobh síos slonn in n don tsuim $1 + 2 + 3 + \dots + n$
agus slonn in n don tsuim $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$.

(ii) Faigh, i dtéarmaí n , an tsuim $\sum_{r=1}^n (6r^2 + 2r + 5 + 2^r)$.

(i) Foirmlí**5 mharc****Iarr 2****(ii) 1ú dá théarma****5 mharc****Iarr 2** **$5n$** **5 mharc****Iarr 2****Sraith Iolraíoch****5 mharc****Iarr 2****4 (b) (i)**

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \sum_{r=1}^n r = \frac{n}{2}(n+1).$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \sum_{r=1}^n r^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1).$$

(ii)

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^n (6r^2 + 2r + 5 + 2^r) &= 6 \sum_{r=1}^n r^2 + 2 \sum_{r=1}^n r + \sum_{r=1}^n 5 + \sum_{r=1}^n 2^r \\ &= n(n+1)(2n+1) + n(n+1) + 5n + \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} \\ &= n(n+1)(2n+2) + 5n + 2^{n+1} - 2. \end{aligned}$$

Botúin (-3)**B1 Séana****B2 $\sum n$ mícheart****B3 $\sum n^2$ mícheart****B4 $5n$ téarma****B5 Foirmle Seicheamh Iolraíoch****B6 'a' mícheart****B7 'r' mícheart****Sciorthaí (-1)****S1 Uimhriúil**

CEIST 5

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
-----------------	-----------------------	--------------------

5. (a) Faigh an raon luachanna ar x a shásaíonn an éagothromóid.

$$x^2 - 3x - 10 \leq 0.$$

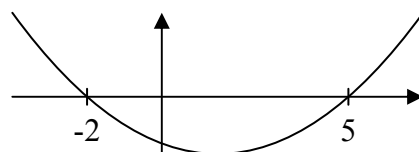
Fachtóirí	5 mharc	Iarr 2
Raon	5 mharc	Iarr 2

5 (a)

$$x^2 - 3x - 10 \leq 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) \leq 0.$$

$$\text{Graf : } x \rightarrow (x - 5)(x + 2)$$

$$f(x) \leq 0 \text{ nuair } -2 \leq x \leq 5$$



NÓ

Fachtóirí	5 mharc	Iarr 2
Raon	5 mharc	Iarr 2

5 (a) $x^2 - 3x - 10 \leq 0$
 $(x - 5)(x + 2) \leq 0$

Ceachtar acu de : I: $x - 5 \geq 0$ agus $x + 2 \leq 0$
 $x \geq 5$ agus $x \leq -2$
Ní féidir

nó: II: $x - 5 \leq 0$ agus $x + 2 \geq 0$
 $x \leq 5$ agus $x \geq -2$

$\therefore$ is é $-2 \leq x \leq 5$ an freagra

Botlín (-3)

- B1 Fachtóirí
- B2 Fréamh ón bhfachtóir
- B3 An Teorainn Uachtarach
- B4 An Teorainn Íochtarach
- B5 Comhartha na héagothromóide
- B6 Foirmle na fréimhe, aon uair amháin
- B7 Raon mícheart
- B8 Gan aon fhreagra a bheith luaite

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Iarrachtaí

- A1 Aon chomhartha éagothromóide amháin
- A2 Neamhshuim a dhéanamh de chomharthaí éagothromóide

Cuid (b)**20 (5, 5, 5, 5) marc****Iarr (2, 2, 2, 2)****5 (b) (i)** Réitigh an chothromóid

$$2^{x^2} = 8^{2x+9}.$$

(ii) Réitigh an chothromóid

$$\log_e(2x+3) + \log_e(x-2) = 2 \log_e(x+4).$$

(b)(i) Cothromóid chearnach**5 mharc****Iarr 2****Réitigh****5 mharc****Iarr 2****5 (b) (i)**

$$2^{x^2} = 8^{2x+9} \Rightarrow 2^{x^2} = 2^{6x+27}.$$

$$\therefore x^2 - 6x - 27 = 0 \Rightarrow (x-9)(x+3) = 0.$$

$$\therefore x = 9 \text{ nó } x = -3.$$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Fachtóirí

B3 Foirmle na fréimhe, aon uair amháin

B4 An fhréamh a dhéaduchtú ón bhfactóir

(b) (ii) Obair cheart le logartaim**5 mharc****Iarr 2****Luach ceart ar x** **5 mharc****Iarr 2****(b) (ii)**

$$\log_e(2x+3) + \log_e(x-2) = 2 \log_e(x+4)$$

$$\therefore \log_e(2x+3)(x-2) = \log_e(x+4)^2.$$

$$\therefore 2x^2 - x - 6 = x^2 + 8x + 16.$$

$$\therefore x - 9x - 22 = 0 \Rightarrow (x-11)(x+2) = 0.$$

$$\therefore x = 11. \quad x = -2.$$

Triail: $x = 11$

L.H.S.: $\ln(25) + \ln(9) = \ln 225$

R.H.S.: $2 \ln(15) = \ln 225$

Triail: $x = -2$

L.H.S.: $\ln(-1) + \ln(-4)$, nach bhfuil ann

$$\therefore \text{is é } x = 11 \text{ an t-aon réiteach.}$$

Botúin (-3)

B1 Logartaim

B2 Séana

B3 Fachtóirí

B4 Foirmle na Fréimhe

B5 Fréamh a dhéaduchtú ón bhfactóir nó gan aon déaduchtú a dhéanamh

B6 Luach iomarcach

Gan Fiúntas

W1 Fágfar 'Log' ar lár

5 (c) Taispeáin nach bhfuil aon uimhreacha aiceanta n agus r ann ar fíor ina leith $\binom{n}{r-1}, \binom{n}{r}$ agus $\binom{n}{r+1}$ a bheith mar théarmaí leantacha i seicheamh iolraíoch.

Sainmhíniú Seich. Iolraíoch**5 mharc****Iarr 2****Luachanna iolráin curtha isteach****5 mharc****Iarr 2****Codáin shimplithe****5 mharc****Iarr 2****An uimhir gan a bheith aiceanta****5 mharc****Iarr 2****5 (c)**

Más seicheamh iolraíoch atá ann, ansin tá $\frac{\binom{n}{r}}{\binom{n}{r-1}} = \frac{\binom{n}{r+1}}{\binom{n}{r}}$.

$$\therefore \frac{\frac{n!}{r!(n-r)!}}{\frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!}} = \frac{\frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!}}{\frac{n!}{r!(n-r)!}}.$$

$$\therefore \frac{n-r+1}{r} = \frac{n-r}{r+1} \Rightarrow (n-r+1)(r+1) = r(n-r).$$

$$\therefore nr + n - r^2 - r + r + 1 = nr - r^2 \Rightarrow n = -1, \text{ nach uimhir aiceanta í.}$$

Botlín (-3)

B1 Sainmhíniú seicheamh iolraíoch

B2 $\binom{n}{r}$ mícheartB3 $\binom{n}{r-1}$ mícheartB4 $\binom{n}{r+1}$ mícheart

B5 Luachanna iolráin

B6 Séana

B7 Trasiolrú

B8 Déaduchtú mícheart nó gan aon déaduchtú a dhéanamh

CEIST 6

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 10) marc	Iarr (2, 2, 3)

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

6. (a) Dífreáil $\sqrt{x^3}$ i leith x .

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

6 (a)

$$f(x) = x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}.$$

Botúin (-3)

B1 Botúin maidir le Séana

B2 Botúin maidir le Dífreáil

Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
-----------------	-----------------------------	--------------------------

6 (b) Bíodh $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

Taispeáin go bhfuil $\frac{dy}{dx} = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$.

$v \frac{du}{dx}$	5 mharc	Iarr 2
-------------------	----------------	---------------

$u \frac{dv}{dx}$	5 mharc	Iarr 2
-------------------	----------------	---------------

v^2	5 mharc	Iarr 2
-------	----------------	---------------

Taispeáin $\frac{dy}{dx}$	5 mharc	Iarr 2
---------------------------	----------------	---------------

6 (b)

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{(e^x + e^{-x})(e^x + e^{-x}) - (e^x - e^{-x})(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})^2}.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x} - e^{2x} + 2 - e^{-2x}}{(e^x + e^{-x})^2} = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}.$$

NÓ

$$v \frac{du}{dx}$$

5 mharc

Iarr 2

$$u \frac{dv}{dx}$$

5 mharc

Iarr 2

$$v^2$$

5 mharc

Iarr 2

Taispeáin $\frac{dy}{dx}$

5 mharc

Iarr 2

6(b)

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^x - \frac{1}{e^x}}{e^x + \frac{1}{e^x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(e^{2x} + 1)(2e^{2x}) - (e^{2x} - 1)(2e^{2x})}{(e^{2x} + 1)^2}$$

$$= \frac{2e^{4x} + 2e^{2x} - 2e^{4x} + 2e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$$

$$= \frac{4e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{e^{-2x}} \cdot \frac{1}{(e^{2x} + 1)} \cdot \frac{1}{(e^{2x} + 1)}$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{e^{-x}(e^{2x} + 1)} \cdot \frac{1}{e^{-x}(e^{2x} + 1)}$$

$$= 4 \left(\frac{1}{e^x + e^{-x}} \right) \left(\frac{1}{e^x + e^{-x}} \right)$$

$$= \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Dífreáil

Gan Fiúntas

W1 Gan aon difreáil ann

W2 Suimeáil

6 (c) Tá uaspointe logánta ag an bhfeidhm $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + bx + c$ ag $x = -2$.

(i) Faigh luach b .

(ii) Faigh raon luachanna ar c ar fíor ina leith trí cinn de fhréamhacha réadacha leithleacha a bheith ag $f(x) = 0$.

(i) luach b

5 mharc

Iarr 2

(ii) Íospointe logánta nuair atá $x = 1$

5 mharc

Iarr 2

Raon c

10 mharc

Iarr 3

6 (c) (i)

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x + b$$

Uaspointe logánta ag $x = -2 \Rightarrow f'(-2) = 0$

$$6(-2)^2 + 6(-2) + b = 0$$

$$24 - 12 + b = 0$$

$$b = -12$$

6 (c) (ii)

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + c$$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \quad \text{d'íospointe/d'uaspointe logánta}$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x+2)(x-1) = 0$$

$$x = -2 \quad \text{or} \quad x = 1$$

Tugadh dúinn go bhfuil an t-uaspointe logánta ag $x = -2$, dá bhrí sin is ag $x = 1$ atá an t-íospointe logánta

Caithfidh an cuar an x -ais a ghearradh trí huair chun 3 fhréamh réadacha ar leith a fháil.

Dá bhrí sin, teastaíonn uainn go mbeadh an t-uaspointe logánta os cionn an x -ais agus an t-íospointe logánta fúithi.

$$\text{Uaspointe logánta: } x = -2: f(-2) = 2(-2)^3 + 3(-2)^2 - 12(-2) = -16 + 12 + 24 + c = c + 20$$

$$\text{Os cionn } x\text{-ais} \Rightarrow f(-2) > 0 \Rightarrow c + 20 > 0 \Rightarrow c > -20$$

$$\text{Íospointe logánta } x = 1: f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 12(1) + c = c - 7$$

$$\text{Faoin } x\text{-ais} \Rightarrow f(1) < 0 \Rightarrow c - 7 < 0 \Rightarrow c < 7$$

Dá bhrí sin, is é $-20 < c < 7$ an freagra

* Ní gá go luafaidh iarrthóirí go sonrach go bhfuil an t-uaspointe logánta agus an t-íospointe logánta ar thaobhanna malartacha den x -ais.

Botúin (-3)

B1 Dífreáil

B2 $f'(x) \neq 0$

B3 Séana

B4 Fachtóirí

B5 Foirmle na fréimhe, aon uair amháin

B6 Fréamh a dhéaduchtú ón bhfactóir nó gan aon déaduchtú a dhéanamh

B7 Comhartha na héagothromóide

B8 Raon mícheart nó gan aon raon a bheith ann

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Gan Fiúntas

W1 Gan aon difreáil ann

W2 Suimeáil

CEIST 7

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (15, 5) marc	Iarr (5, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
-----------------	-----------------------	--------------------

7. (a)
(a) Dífreáil $2x + \sin 2x$ i leith x .

$f'(2x)$	5 mharc	Iarr 2
$f'(\sin 2x)$	5 mharc	Iarr 2

7 (a)
 $f(x) = 2x + \sin 2x \Rightarrow f'(x) = 2 + 2\cos 2x.$

Botlín (-3)

B1 Dífreáil

B2 Foirmle triantánachta

Iarrachtaí

A1 Earráid sa chuingriail

Gan Fiúntas

W1 Suimeáil

7 (b) Cothromóid cuair is ea $5x^2 + 5y^2 + 6xy = 16$.

(i) Faigh $\frac{dy}{dx}$ i dtéarmaí x agus y .

(ii) Dhá phointe ar an gcuar is ea $(1, 1)$ and $(2, -2)$.

Taispeáin go bhfuil na tadhlaith ag na pointí sin ingearach lena chéile.

(i) Difreáil

5 mharc

Iarr 2

$\frac{dy}{dx}$ a aonrú

5 mharc

Iarr 2

(ii) 1ú fána

5 mharc

Iarr 2

Taispeáin

5 mharc

Iarr 2

7 (b) (i)

$$5x^2 + 5y^2 + 6xy = 16.$$

$$\therefore 10x + 10y \frac{dy}{dx} + 6x \frac{dy}{dx} + 6y = 0.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx}(10y + 6x) = -10x - 6y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-5x - 3y}{3x + 5y}.$$

7 (b) (ii)

$$\text{tá } m_1 = \text{fána an tadhlaí nuair atá } (1, 1) = \frac{-5 - 3}{3 + 5} = -1.$$

$$\text{tá } m_2 = \text{fána an tadhlaí nuair atá } (2, -2) = \frac{-10 + 6}{6 - 10} = 1.$$

Ach tá $m_1 m_2 = -1$, $\therefore$ tá na tadhlaith ingearach lena chéile.

Botúin (-3)

B1 Difreáil

B2 Séana

B3 Luach mícheart ar x , nó gan aon luach ar x .

B4 Luach mícheart ar y , nó gan aon luach ar y .

B5 Tástáil m_1, m_2 ar iarraidh

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Iarrachtaí

A1 Earráid i bhfoirmle na difreála

$$A2 \quad \frac{dy}{dx} = 10x + 10y \frac{dy}{dx} + 6x \frac{dy}{dx} + 6y$$

Agus úsáidtear na trí théarma $\left(\frac{dy}{dx}\right)$

Gan Fiúntas

W1 Gan aon difreáil ann

W2 Suimeáil

7 (c) Bíodh $y = \sin^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$.

Faigh $\frac{dy}{dx}$ agus sloinn é san fhoirm $\frac{a}{a+x^b}$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{N}$.

Tan $y = x$

5 mharc

Iarr 2

Difreáil

15 mharc

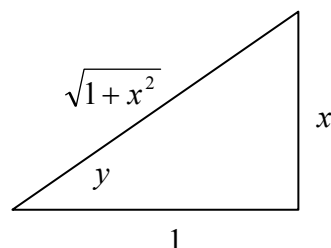
Iarr 5

$$y = \sin^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right) \Rightarrow \sin y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\tan y = \frac{x}{1} = x$$

$$y = \tan^{-1} x$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$$



NÓ

Difreáil

15 marc

Iarr 5

Obair eile

5 mharc

Iarr 2

7 (c)

$$y = \sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\sin y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{x}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\cos y \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}(1) - x \left[\frac{1}{2}(1+x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x \right]}{(1+x^2)}$$

$$= \frac{(1+x^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{x^2}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

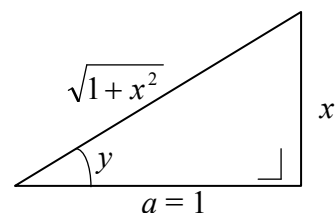
$$= \frac{1+x^2 - x^2}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\cos y \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} \cdot \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= (1+x^2)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$$



$$a^2 + x^2 = (\sqrt{1+x^2})^2$$

$$a^2 + x^2 = 1 + x^2$$

$$a^2 = 1$$

$$a = 1$$

$$\sin y = \frac{x}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\cos y = \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{1}{\cos y} = \frac{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}}{1} = (1+x^2)^{\frac{1}{2}}$$

NÓ

**Difreáil
Foirm cheart**

**15 mharc
5 mharc**

**Iarr 5
Iarr 2**

7 (c)

$$y = \sin^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right).$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{x^2}{1+x^2}}} \times \frac{1\sqrt{1+x^2} - x \cdot \frac{1}{2}(1+x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x}{1+x^2}.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1+x^2}}{1} \times \frac{1+x^2-x^2}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{1+x^2}.$$

Botlín (-3)

- B1 Sin y mícheart
- B2 Difreáil
- B3 Luach earráideach ar cos y
- B4 Sainmhíniú ar sin y agus/nó cos y (aon uair amháin)
- B5 Sleasa triantáin (aon uair amháin)
- B6 Séana

Iarrachtaí

- A1 Earráid i bhfoirmle na difreála

Gan Fiúntas

- W1 Suimeáil

CEIST 8

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
-----------------	-----------------------	--------------------

8. (a)

(a) Faigh $\int (2x + \cos 3x) dx$

$$\int 2x dx$$

5 mharc

Iarr 2

$$\int \cos 3x dx$$

5 mharc

Iarr 2

8 (a)

$$\int (2x + \cos 3x) dx = x^2 + \frac{1}{3} \sin 3x + \text{tairiseach.}$$

Botúin (-3)

B1 Suimeáil

B2 Séana

B3 I gcás nach bhfuil c ann, gearr pionós ar an 2ú heilimint.

Iarrachtaí

A1 Gan ach c a bheith ceart (ar an 2^ú heilimint amháin)

Gan Fiúntas

W1 Dífreáil in ionad suimeáil

8 (b)

Luacháil (i) $\int_0^1 3x^2 e^{x^3} dx$ (ii) $\int_2^4 \frac{2x^3}{x^2 - 1} dx.$

(i) Suimeáil

5 mharc

Iarr 2

Luach

5 mharc

Iarr 2

(ii) Suimeáil

5 mharc

Iarr 2

Luach

5 mharc

Iarr 2

8 (b) (i)

$$\int_0^1 3x^2 e^{x^3} dx \quad \text{Bíodh } u = e^{x^3}. \therefore du = 3x^2 e^{x^3} dx.$$

$$\therefore \int_0^1 3x^2 e^{x^3} dx = \int_1^e du = [u]_1^e = e - 1.$$

NÓ

8 (b) (i)

$$\begin{aligned} & \int_0^1 3x^2 \cdot e^{x^3} dx & \text{Bíodh } u = x^3 \\ & = \int e^{x^3} (3x^2 dx) & \frac{du}{dx} = 3x^2 \\ & = \int e^u \cdot du & du = 3x^2 \cdot dx \\ & = e^u & \\ & = e^{x^3} \Big|_0^1 = e^1 - e^0 = (e - 1) \end{aligned}$$

8 (b) (ii)

$$\int_2^4 \frac{2x^3}{x^2 - 1} dx \quad \text{Bíodh } u = x^2 - 1. \therefore du = 2x dx.$$

$$\begin{aligned} \int_2^4 \frac{2x^3}{x^2 - 1} dx &= \int_3^{15} \frac{u+1}{u} du = \int_3^{15} \left(1 + \frac{1}{u}\right) du = [u + \log_e u]_3^{15} \\ &= 15 - 3 + \log_e 15 - \log_e 3 = 12 + \log_e 5. \end{aligned}$$

NÓ

8 (b) (ii)

$$\begin{aligned}
& 2 \int_2^4 \frac{x^3}{x^2-1} dx \\
&= 2 \int \left[x + \frac{x}{x^2-1} \right] dx \\
&= 2 \left[\int x dx + \int \frac{x dx}{x^2-1} \right] \\
&= 2 \left[\frac{x^2}{2} + \int \frac{du}{2u} \right] \\
&= 2 \left[\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \int \frac{du}{u} \right] \\
&= 2 \left[\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \ln u \right] \\
&= x^2 + \ln(x^2-1) \Big|_2^4 \\
&= (16 + \ln 15) - (4 + \ln 3) \\
&= 12 + \ln \left(\frac{15}{3} \right) \\
&= 12 + \ln 5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x^2-1 \overline{) \frac{x}{x^3}} \\
& \underline{x^3-x} \\
& x
\end{aligned}$$

Bíodh $u = x^2 - 1$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

$$du = 2x dx$$

$$\frac{du}{2} = x dx$$

* Maidir le hionadú mícheart agus gan a bheith in ann críochnú, is fiú marc i leith iarrachta ar a mhéad.

Botúin (-3)

- B1 Suimeáil
- B2 Séana
- B3 Difreáil
- B4 Teorainneacha
- B5 Ord mícheart le linn teorainneacha a chur i bhfeidhm
- B6 Gan teorainneacha ionadaithe a ríomh
- B7 Gan teorainneacha a athrú
- B8 Earráid maidir le logartaim

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil
- S2 Luach triantánachta
- S3 $e^0 \neq 1$
- S4 Gan slacht a bheith curtha ar an bhfreagra

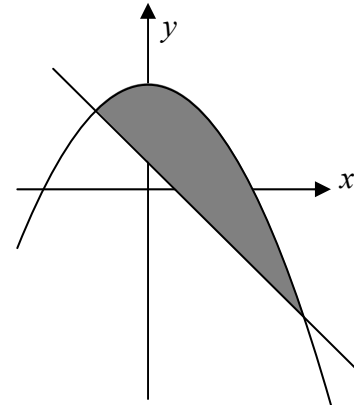
Gan Fiúntas

- W1 Difreáil in ionad suimeáil ach amháin i gcás ina dtuillleann obair eile marc i leith iarrachta.

Cuid (c)**20 (5, 5, 5, 5) marc****Iarr (2, 2, 2, 2)****8 (c)**

- (c) Taispeánann an léaráid an cuar $y = 4 - x^2$ agus an líne $2x + y - 1 = 0$.

Ríomh achar an réigiúin scáthaithe atá iata ag an gcuar agus an líne.

**Pointí trasnaithe****5 mharc****Iarr 2****An chéad ionsuimeáil****5 mharc****Iarr 2****An dara hionsuimeáil****5 mharc****Iarr 2****Críoch****5 mharc****Iarr 2**

Pointí trasnaithe:

$$4 - x^2 = 1 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = -1, \quad x = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{Achar} &= \int_{-1}^3 [(4 - x^2) - (1 - 2x)] dx = \int_{-1}^3 (3 + 2x - x^2) dx \\ &= \left[3x + x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^3 = (9 + 9 - 9) - \left(-3 + 1 + \frac{1}{3} \right) = 10 \frac{2}{3} \end{aligned}$$

NÓ

Pointí Ábhartha

Achar os cionn na x -aise

Achar faoin x -ais

Achar Iomlán

5 mharc

5 mharc

5 mharc

5 mharc

Iarr 2

Iarr 2

Iarr 2

Iarr 2

8 (c)

$$2x + y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 - 2x.$$

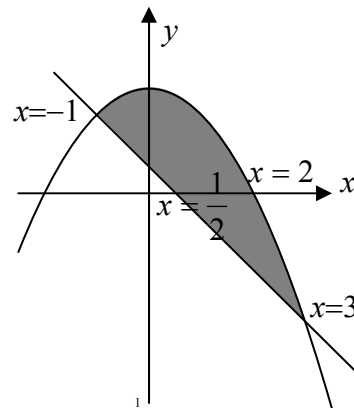
$$y = 4 - x^2 \Rightarrow 1 - 2x = 4 - x^2$$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0.$$

$$\therefore x = 3 \text{ or } x = -1.$$

$$\text{Trasnaíonn } 2x + y - 1 = 0 \text{ an } x\text{-ais ag } x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Trasnaíonn } y = 4 - x^2 \text{ an } x\text{-ais ag } x = \pm 2.$$



$$\text{Tá an réigiún scáthaithe os cionn na } x\text{-aise} = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (4 - x^2) dx - \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (1 - 2x) dx.$$

$$\begin{aligned} &= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_{-1}^{\frac{1}{2}} - \left[x - x^2 \right]_{-1}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[\left(8 - \frac{8}{3} \right) - \left(-4 + \frac{1}{3} \right) \right] - \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) - (-1 - 1) \right] \\ &= \left| 9 - 2\frac{1}{4} \right| = 6\frac{3}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{Tá an réigiún scáthaithe faoi bhun na } x\text{-aise} = \int_{\frac{1}{2}}^3 (1 - 2x) dx - \int_{\frac{1}{2}}^3 (4 - x^2) dx.$$

$$\begin{aligned} &= \left[x - x^2 \right]_{\frac{1}{2}}^3 - \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_{\frac{1}{2}}^3 \\ &= \left[(3 - 9) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \right] - \left[(12 - 9) - \left(8 - \frac{8}{3} \right) \right] \\ &= \left[-6 - \frac{1}{4} \right] - \left[3 - 5\frac{1}{3} \right] \\ &= \left| -6\frac{1}{4} + 2\frac{1}{3} \right| = \frac{47}{12}. \end{aligned}$$

$$\text{Tá an réigiún scáthaithe ar fad} = \frac{27}{4} + \frac{47}{12} = \frac{128}{12} = \frac{32}{3}.$$

Botúin (-3)

- B1 Suimeáil
- B2 Séana
- B3 Fachtóirí, aon uair amháin
- B4 Ríomh phointe trasnaithe na líne agus an chuair
- B5 Ríomh na bpointí ina dtrasnaíonn an líne an x -ais
- B6 Ríomh na bpointí ina dtrasnaíonn an cuair an x -ais
- B7 Earráid in achar an triantáin
- B8 Earráid i bhfoirmle an achair
- B9 Ord mícheart le linn teorainneacha a chur i bhfeidhm
- B10 Gan teorainneacha ionadaithe a ríomh
- B11 Earráid maidir leis an líne
- B12 Earráid maidir leis an gcuar
- B13 Úsáidtear $\pi \int y dx$ i gcomhair fhoirmle an chuair

Iarrachtaí

- A1 Úsáidtear foirmle thoirte
- A2 Úsáidtear y^2 san fhoirmle

Gan Fiúntas

- W1 Dífreáil in ionad suimeáil ach amháin i gcás ina dtuillleann obair eile marc i leith iarrachta
- W2 Foirmle an achair mícheart agus gan aon obair a bheith déanta.



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

AN ARDTEISTIMÉIREACHT 2008

**AISTRIÚCHÁN
AR SCÉIM MHARCÁLA**

MATAMAITIC – PÁIPÉAR 2

ARDLEIBHÉAL

SCÉIM MHARCÁLA

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA 2008

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL – PÁIPÉAR 2

TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 2

1. Cuirtear trí chineál pionóis i bhfeidhm ar obair iarrthóirí mar a leanas:
 - Botúin - earráidí matamaiticiúla/ábhar fágtha ar lár (-3)
 - Sciarradh - earráidí uimhriúla (-1)
 - Míléamh (ar choinníoll nach ndéantar róshimpliú ar an tasc) (-1).

Na hearráidí a tharlaíonn go minic agus nach mór na pionóis seo a chur i bhfeidhm orthu, tá siad liostaithe sa scéim. Seo a leanas na lipéid atá orthu: B1, B2, B3,..., S1, S2,..., M1, M2,...etc. Ní liostaí iomlána iad seo.
2. Le linn marcanna a thabhairt i leith iarrachtaí e.g. Iarr(3), tabhair an méid seo a leanas do d'aire:
 - aon chéim *cheart, ábhartha* i gcuid de cheist, tuilleann an chéim sin, ar a laghad, marc i leith na hiarrachta atá ag gabháil leis an gcuid sin
 - más rud é go bhfágann asbhaintí go bhfuil marc áirithe níos ísle ná an marc i leith iarrachta, ansin ní mór an marc i leith iarrachta a thabhairt
 - ní thugtar marc idir nialas agus an marc i leith iarrachta riamh.
3. Tugtar nialas d'obair gan fiúntas. Tá roinnt samplaí d'obair den sórt sin liostaithe sa scéim agus ná na lipéid W1, W2, .. etc. orthu.
4. Ciallaíonn an frása “aimsiú nó iomrall” nach dtugtar marcanna páirteacha – faigheann an t-iarrthóir na marcanna ábhartha go léir nó ní fhaigheann sé/sí marcanna ar bith.
5. Ciallaíonn an frása “agus stopann sé/sí” nach léiríonn an t-iarrthóir aon obair fhiúntach eile.
6. Is ionann réiltín agus a rá go bhfuil nótaí speisialta ann a bhaineann le marcáil cuid áirithe de cheist. Tá na nótaí sin le fáil díreach i ndiaidh an bhosca ina bhfuil an réiteach ábhartha.
7. Níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chur chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.
8. Mura rud é go léirítear a mhalairt sa scéim, glac leis an gceann is fearr de dhá iarracht nó níos mó – fiú amháin i gcás iarrachtaí a cealaíodh.
9. Ní ghearrtar pionós ar an earráid *chéanna* sa chuid *chéanna* de cheist *ach uair amháin*.
10. Marcanna i leith iarrachta ar a mhéad is ceart a thabhairt i gcásanna áirithe, fíoruithe agus freagraí a thig ó léaráidí.
11. Tugtar an marc i leith iarrachta, ar a mhéad, i gcás botún, ábhar ar lár nó míléamh a bheadh tromchúiseach.
12. Ná gearr pionós as camóg a úsáid in ionad lánstad, e.g. is féidir €5,50 a scríobh in ionad €5.50.

CEIST 1

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	15 (5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2)
Cuid (c)	25 (5, 5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
-----------------	-----------------------	--------------------

- 1. (a)** Ciorcal ar lárphointe dó $(-3, 2)$, gabhann sé tríd an bpointe $(1, 3)$.
Faigh cothromóid an chiorcail.

Ga/Lárphointe	5 mharc	Iarr 2
Críoch	5 mharc	Iarr 2

- 1. (a)** Is é lárphointe an chiorcail ná $c(-3, 2)$ agus is ionann p agus $(1, 3)$.

$$|ap| = r = \sqrt{(-3-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}.$$

$$\therefore \text{Cothromóid an chiorcail: } (x+3)^2 + (y-2)^2 = 17.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid i bhfoirmle an fhaid

B2 Earráid i bhfoirmle an chiorcail

Sciorrthaí (-1)

S1 Úsáidtear $(-3, 2)$ mar phointe ar an gciorcal agus úsáidtear $(1, 3)$ mar lárphointe

Iarrachtaí

A1 Scríobhann cothromóid cheart an chiorcail agus stopann sé/sí

1. (b)

- (i) Cruthaigh gurb é $xx_1 + yy_1 = r^2$ cothromóid an tadhlaí leis an gciorcal $x^2 + y^2 = r^2$ ag an bpointe (x_1, y_1) .
- (ii) Tarraingítear tadhlaí leis an gciorcal $x^2 + y^2 = 13$ ag an bpointe $(2, 3)$.
Trasnaíonn an tadhlaí sin an x -ais ag $(k, 0)$. Faigh luach k .

(i) Fána T
Críoch5 mharc
5 mharcIarr 2
Iarr 2

1. (b) (i)

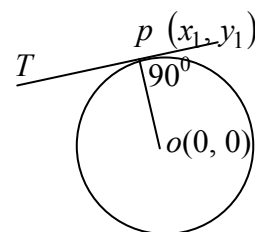
$$\text{Fána } op = \frac{y_1}{x_1} \Rightarrow \text{fána } T = -\frac{x_1}{y_1}.$$

$$\therefore \text{Cothromóid an tadhlaí } T: y - y_1 = -\frac{x_1}{y_1}(x - x_1).$$

$$\therefore yy_1 - y_1^2 = -xx_1 + x_1^2 \Rightarrow xx_1 + yy_1 = x_1^2 + y_1^2.$$

$$\text{Ach } (x_1, y_1) \in x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow x_1^2 + y_1^2 = r^2.$$

$$\therefore xx_1 + yy_1 = r^2.$$



Botúin (-3)

B1 Earráid le linn fána T a fháil.

B2 Earráid le linn cothromóid an tadhlaí a fháil

B3 Earráidí le linn a thaispeáint go bhfuil $(x_1, y_1) \in x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow x_1^2 + y_1^2 = r^2$.

(ii)

5 mharc

Iarr 2

1. (b) (ii)

Is é atá sa tadhlaí ag $(2, 3)$ ná $2x + 3y = 13$

$$y = 0 \Rightarrow x = 6\frac{1}{2}. \therefore k = 6\frac{1}{2}.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn an fhoirmle a chur i bhfeidhm

B2 Earráid sa trasuíomh

B3 Ais mhícheart

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

Iarrachtaí

A1 Foirmle cheart léineach scríofa mar aon le roinnt ionadú ceart agus stopann sé/sí

Cuid (c)

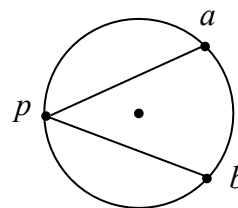
25 (5, 5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2, 2)

1. (c) Gabhann ciorcal trí na pointí $a(8, 5)$ agus $b(9, -2)$.
Luíonn lárphointe an chiorcail ar an líne $2x - 3y - 7 = 0$.

- (i) Faigh cothromóid an chiorcail.
(ii) Pointe ar mhór-stua ab an chiorcail is ea p .

Taispeáin go bhfuil $|\angle apb| = 45^\circ$.



- (i) Dhá chothromóid
Réitigh
Críoch

5 mharc
5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2
Iarr 2

- (c) (i) Bíodh ciorcal $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ann.
 $a(8, 5) \in \text{ciorcal} \Rightarrow 64 + 25 + 16g + 10f + c = 0. \therefore 16g + 10f + c = -89.$
 $b(9, -2) \in \text{ciorcal} \Rightarrow 81 + 4 + 18g - 4f + c = 0. \therefore 18g - 4f + c = -85.$
 Lárphointe $(-g, -f) \in 2x - 3y - 7 = 0 \Rightarrow -2g + 3f = 7.$

$$\begin{array}{r} 16g + 10f + c = -89 \\ 18g - 4f + c = -85 \\ \hline -2g + 14f = -4 \end{array}$$

 Ach $-2g + 3f = 7$

$$\begin{array}{r} -2g + 14f = -4 \\ -2g + 3f = 7 \\ \hline 11f = -11 \Rightarrow f = -1. \end{array}$$

 $-2g + 3f = 7 \Rightarrow -2g + 3(-1) = 7 \Rightarrow -2g = 10 \Rightarrow g = -5.$
 $16g + 10f + c = -89 \Rightarrow -80 - 10 + c = -89 \Rightarrow c = 1.$
 $\therefore$ Cothromóid an chiorcail: $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0.$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn an chothromóid a fháil.

B2 Earráid san fhoirmle do chothromóid an chiorcail

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

- (ii) Dhá fhána
Críoch

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

1. (c) (ii) Lipéadaigh an lárphointe c .
 $c(5, 1), a(8, 5), b(9, -2).$
 $\text{Fána } ac = \frac{5-1}{8-5} = \frac{4}{3}, \text{ fána } bc = \frac{-2-1}{9-5} = \frac{-3}{4}.$
 $\frac{4}{3} \times \frac{-3}{4} = -1 \Rightarrow |\angle acb| = 90^\circ.$
 Ach $|\angle acb| = 2|\angle apb| \Rightarrow |\angle apb| = 45^\circ.$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn tomhas a fháil don uillinn ag an lárphointe.

B2 Earráid le linn an uillinn riachtanach a fháil

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

CEIST 2

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr (3, 3)
Cuid (c)	20 (10, 5, 5) marc	Iarr (3, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
-----------------	-----------------------	--------------------

2. (a)

(a) Agus tú ag glacadh le $\left| 10 \vec{i} + k \vec{j} \right| = \left| 11 \vec{i} - 2 \vec{j} \right|$, faigh an dá luach is féidir a bheith ar $k \in \mathbf{R}$.

Modail	5 mharc	Iarr 2
Críoch	5 mharc	iarr 2

2. (a)

$$\left| 10 \vec{i} + k \vec{j} \right| = \left| 11 \vec{i} - 2 \vec{j} \right|. \quad \therefore \sqrt{100 + k^2} = \sqrt{121 + 4} \Rightarrow k^2 = 25 \Rightarrow k = \pm 5.$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid sa slonn do mhod. an veicteora
- B2 Earráid le linn an chothromóid a réiteach
- B3 Luach amháin gan a bheith tugtha

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid sa ríomh

Iarrachtaí

- A1 Tugtar slonn ceart do mhod. an veicteora agus stopann sé/sí

2. (b) Tá $\vec{x} = -\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{y} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ agus $\vec{z} = \vec{x} - t\vec{y}$, áit a bhfuil $t \in \mathbf{R}$.

(i) Agus tú ag glacadh leis go bhfuil $\vec{x} \perp \vec{z}$, ríomh luach t .

(ii) Faigh tomhas $\angle xoy$, áit arb é o an bunphointe.

(b)(i)

10 marc

Iarr 3

$$\vec{z} = \vec{x} - t\vec{y} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 4t\vec{i} + 2t\vec{j}$$

$$\therefore \vec{z} = (-1 - 4t)\vec{i} + (3 + 2t)\vec{j}.$$

$$\text{Ach tá } \vec{x} \perp \vec{y} \Rightarrow \vec{x} \cdot \vec{y} = 0.$$

$$\therefore \left(-\vec{i} + 3\vec{j} \right) \cdot \left((-1 - 4t)\vec{i} + (3 + 2t)\vec{j} \right) = 0.$$

$$\therefore 1 + 4t + 9 + 6t = 0 \Rightarrow t = -1.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn sloinneadh a dhéanamh i dtéarmaí $\vec{i}$ and $\vec{j}$.

B2 Earráid in airí an Iolraigh Scálaigh

B3 Earráid le linn an chothromóid a réiteach

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

(b) (ii)

10 marc

Iarr 3

2. (b) (ii)

$$\cos \angle xoy = \frac{\vec{ox} \cdot \vec{oy}}{\left| \vec{ox} \right| \left| \vec{oy} \right|} = \frac{\left(-\vec{i} + 3\vec{j} \right) \cdot \left(4\vec{i} - 2\vec{j} \right)}{\left| -\vec{i} + 3\vec{j} \right| \left| 4\vec{i} - 2\vec{j} \right|}.$$

$$\cos \angle xoy = \frac{-4 - 6}{\sqrt{10}\sqrt{20}} = \frac{-10}{10\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}.$$

$$\therefore |\angle xoy| = 135^\circ.$$

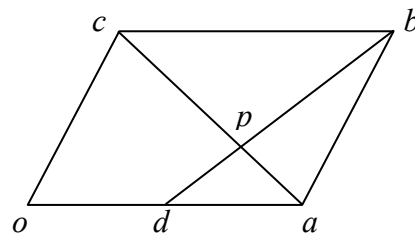
Botúin (-3)

B1 Earráid le linn an chothromóid a chur le chéile

B2 Earráid le linn an chothromóid a réiteach

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

Cuid (c)**20 (10, 5, 5) marc****Iarr (3, 2, 2)****2.(c)** Comhthreomharán is ea $oabc$, áit arb é o an bunphointe.Is é d lárphointe $[oa]$, agus gearrann $[db]$ an trasnán $[ac]$ ag p .**(i)** Agus tú ag glacadh leis go bhfuil $\vec{ap} = k \vec{ac}$,áit a bhfuil $k \in \mathbf{R}$,sloinn $\vec{p}$ i dtéarmaí $\vec{a}$, $\vec{c}$ agus k .**(ii)** Agus tú ag glacadh le $\vec{bp} = l \vec{bd}$, áit a bhfuil $l \in \mathbf{R}$, sloinn $\vec{p}$ i dtéarmaí $\vec{a}$, $\vec{c}$ agus l .**(iii)** Uaidh sin, faigh luach k agus luach l .**Cuid (c) (i)****10 marc****Iarr 3****2 (b) (i)**

$$\vec{ap} = k \vec{ac} \Rightarrow \vec{p} - \vec{a} = k(\vec{c} - \vec{a}) \Rightarrow \vec{p} = k \vec{c} - k \vec{a} + \vec{a}.$$

$$\therefore \vec{p} = (1 - k) \vec{a} + k \vec{c}.$$

*Botúin (-3)*B1 Earráid le linn $\vec{ap} = k \vec{ac}$ a shimpliú

B2 Earráid sa trasuíomh

(c) (ii)**5 mharc****Iarr 2****2. (c) (ii)**

$$\vec{bp} = l \vec{bd} \Rightarrow \vec{p} - \vec{b} = l(\vec{d} - \vec{b}) \Rightarrow \vec{p} = l \vec{d} + (1 - l) \vec{b} \Rightarrow \vec{p} = \frac{1}{2} l \vec{a} + (1 - l) \left(\vec{a} + \vec{c} \right).$$

$$\therefore \vec{p} = \left(1 - \frac{1}{2} l \right) \vec{a} + (1 - l) \vec{c}.$$

*Botúin (-3)*B1 Earráid le linn $\vec{bp} = l \vec{bd}$, a shimpliú

B2 Earráid le linn críochnú

2. (c) (iii)

$$\vec{p} = (1-k)\vec{a} + k\vec{c} \text{ agus } \vec{p} = \left(1 - \frac{1}{2}l\right)\vec{a} + (1-l)\vec{c}.$$

$$\therefore 1-k = 1 - \frac{1}{2}l \Rightarrow l = 2k \text{ agus } k = 1-l.$$

$$\therefore k = 1-2k \Rightarrow k = \frac{1}{3} \text{ agus } l = \frac{2}{3}.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn cothromóidí a chur le chéile

B2 Earráid le linn cothromóidí a réiteach

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

CEIST 3

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (-, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
3. (a) Déanann na cothromóidí paraiméadracha $x = 7t - 4$ agus $y = 3 - 3t$ líne a léiriú, áit a bhfuil $t \in \mathbf{R}$. Faigh cothromóid Chairtéiseach na líne.		

(a)	10 marc	Iarr 3
3. (a) $x = 7t - 4 \Rightarrow 3x = 21t - 12$ $y = 3 - 3t \Rightarrow 7y = 21 - 21t$ $\therefore 3x + 7y = 9.$		

Botúin (-3)

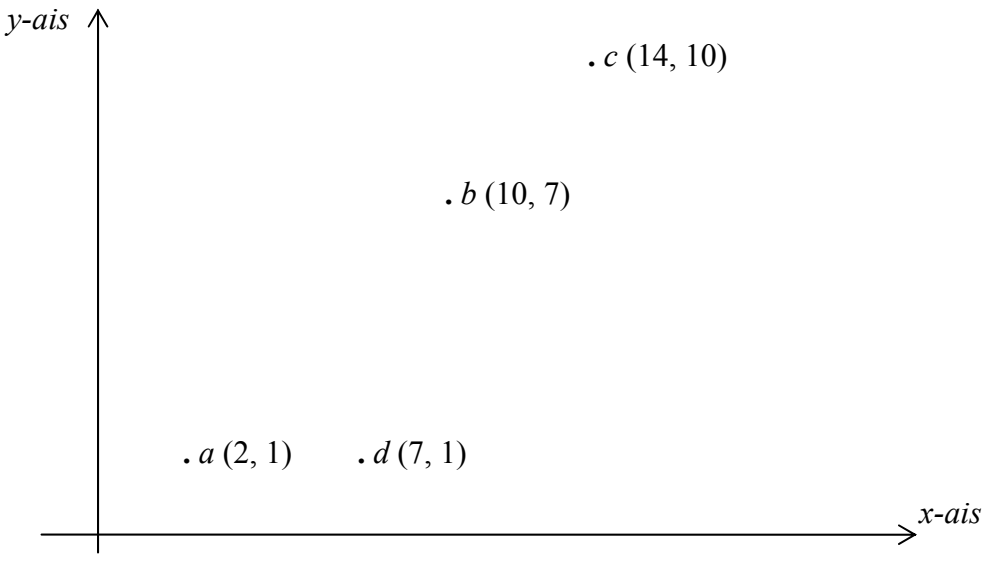
B1 Earráid le linn cothromóidí a chur le chéile

B2 Earráid le linn na cothromóidí a réiteach

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (-, 2, 2, 2)
3.(b) Ceithre phointe iad $a(2,1)$, $b(10,7)$, $c(14,10)$ agus $d(7,1)$. (i) Breac a , b , c agus d ar an bplána comhordanáideach. (ii) Fíoraigh go bhfuil $ ab = 2 bc $ agus $ ab = 2 ad $. (iii) Faigh a' , b' , c' agus d' , íomhánna a , b , c agus d , faoi seach, faoin gclaochlú $f: (x, y) \rightarrow (x', y')$, áit a bhfuil $x' = x + y$ agus $y' = x - 2y$. (iv) Fíoraigh go bhfuil $ a'b' = 2 b'c' $ ach $ a'b' \neq 2 a'd' $.		

(b) (i)	5 mharc	Aimsiú nó Iomrall
3.(b) (i) 		

* Gach ceann de na ceithre phointe ceart: 5 mharc. Seachas é sin: 0 marc.

(b) (ii)

5 mharc

Iarr 2

(b) (ii)

$$a(2,1), b(10,7), c(14,10), d(7,1).$$

$$|ab| = \sqrt{(10-2)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{64+36} = 10.$$

$$|bc| = \sqrt{(10-14)^2 + (7-10)^2} = \sqrt{16+9} = 5.$$

$$\therefore |ab| = 2|bc|.$$

$$|ad| = \sqrt{(2-7)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{25+0} = 5.$$

$$\therefore |ab| = 2|ad|.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid i bhfoirmle an fhaid

B2 Cearnú mícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

(b) (iii)

5 mharc

Iarr 2

3. (b) (iii)

$$a(2,1), b(10,7), c(14,10), d(7,1). \quad x' = x + y \text{ agus } y' = x - 2y.$$

$$a' = f(2,1) \Rightarrow a' = (3,0). \quad b' = f(10,7) \Rightarrow b' = (17,-4).$$

$$c' = f(14,10) \Rightarrow c' = (24,-6). \quad d' = f(7,1) \Rightarrow d' = (8,5).$$

Botúin (-3)

B1 Aon earráid le linn íomhánna a fháil

(b) (iv)

5 mharc

Iarr 2

3. (b) (iv)

$$|a'b'| = \sqrt{(3-17)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{196+16} = \sqrt{212} = 2\sqrt{53}.$$

$$|b'c'| = \sqrt{(17-24)^2 + (-4+6)^2} = \sqrt{49+4} = \sqrt{53}.$$

$$|a'd'| = \sqrt{(3-8)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}.$$

$$\therefore |a'b'| = 2|b'c'| \text{ ach } |a'b'| \neq 2|a'd'|.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid i bhfoirmle an fhaid

B2 Cearnú mícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

3. (c)

(c) Cruthaigh gurb é $\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ an fad ingearach ón bpointe (x_1, y_1) go dtí an líne $ax + by + c = 0$.

(c) Léaráid

5 mharc

Iarr 2

Achar an Δpqr

5 mharc

Iarr 2

Achar na híomhá

5 mharc

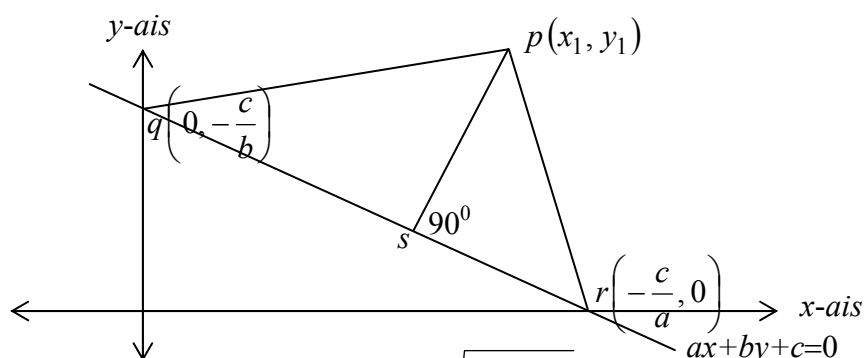
Iarr 2

Réitítear an chothromóid

5 mharc

Iarr 2

3. (c)



$$\begin{aligned} \text{Achar an triantáin } pqr &= \frac{1}{2} |qr| \cdot |ps| = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c^2}{a^2} + \frac{c^2}{b^2}} \cdot |ps| \\ &= \frac{1}{2} \left| \frac{c}{ab} \right| \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \cdot |ps|. \end{aligned}$$

$$q\left(0, -\frac{c}{b}\right) \text{ a aistriú go } (0, 0) \Rightarrow p(x_1, y_1) \rightarrow \left(x_1, y_1 + \frac{c}{b}\right) \text{ agus } r\left(-\frac{c}{a}, 0\right) \rightarrow \left(-\frac{c}{b}, \frac{c}{b}\right).$$

$$\therefore \text{Achar an triantáin } pqr = \frac{1}{2} \left| x_1 \left(\frac{c}{b} \right) - \left(-\frac{c}{a} \right) \left(y_1 + \frac{c}{b} \right) \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{cx_1}{b} + \frac{cy_1}{a} + \frac{c^2}{ab} \right|.$$

$$= \frac{1}{2} \left| \frac{acx_1 + bcy_1 + c^2}{ab} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{c}{ab} \right| |ax_1 + by_1 + c|.$$

$$\therefore \sqrt{a^2 + b^2} \cdot |ps| = |ax_1 + by_1 + c| \Rightarrow |ps| = \perp \text{ achar} = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid sa léaráid

B2 Earráid san achar gach uair

B3 Earráid le linn an chothromóid a chur le chéile nó a réiteach

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

CEIST 4

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr (3, 3)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, -, -, -)

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

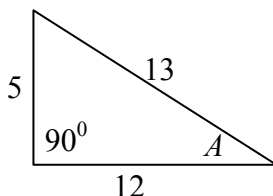
4. (a)

(a) Géaruillinneacha iad A agus B ar fíor ina leith $\tan A = \frac{5}{12}$ agus $\tan B = \frac{3}{4}$.
Faigh $\cos(A - B)$, mar chodán.

(a)	10 marc	Iarr 3
------------	----------------	---------------

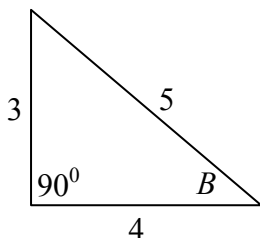
4. (a)

$$\tan A = \frac{5}{12}$$



$$\therefore \sin A = \frac{5}{13}, \quad \cos A = \frac{12}{13}$$

$$\tan B = \frac{3}{4}$$



$$\therefore \sin B = \frac{3}{5}, \quad \cos B = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B = \frac{12}{13} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{3}{5} = \frac{63}{65}$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn $\sin A$ nó $\cos A$ nó $\sin B$ nó $\cos B$ a fháil gach uair

B2 Earráid chomhartha in $\cos(A - B)$

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

Iarrachtaí

A1 Tarraingítear triantán dronuilleach agus fad sleasa amháin ar taispeáint

A2 Luacháiltear A agus B agus dealaítear

Cuid (b)**20 (10, 10) marc****Iarr (3, 3)**

4.(b) (i) Taispeáin go bhfuil $\frac{\sin 2A}{1 + \cos 2A} = \tan A$.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, cruthaigh go bhfuil $\tan 22\frac{1}{2}^\circ = \sqrt{2} - 1$.

(b) (i)**10 mharc****Iarr 3****4. (b) (i)**

$$\frac{\sin 2A}{1 + \cos 2A} = \frac{2\sin A \cos A}{2\cos^2 A} = \frac{\sin A}{\cos A} = \tan A.$$

*Botúin (-3)*B1 Earráid le linn $\sin 2A$ nó $1 + \cos 2A$ a shimpliúB2 Earráid le linn $\tan A$ a fháil.**(b) (ii)****10 marc****Iarr 3****4. (b) (ii)**

$$\begin{aligned} \tan 22\frac{1}{2}^\circ &= \frac{\sin 45^\circ}{1 + \cos 45^\circ} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt{2} - 1. \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Ní nasctar uillinn dhúbailte agus leathuillinn i gceart

B2 Earráid sa luacháil

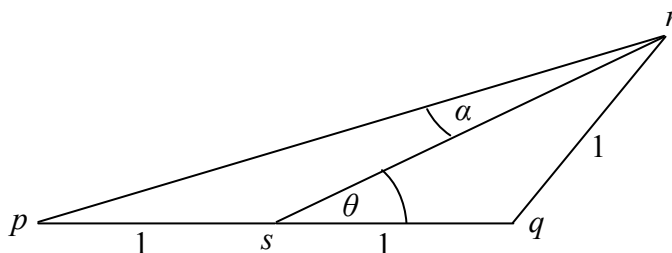
B3 Níl an freagra san fhoirm riachtanach

Cuid (c)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, -, -, -)

(c) Sa triantán pqr , tá $|\angle rsq| = \theta^\circ$, $|\angle prs| = \alpha^\circ$, $|rq| = 1$, $|ps| = 1$ agus $|sq| = 1$.



(i) Faigh $|sr|$ i dtéarmaí θ .

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, taispeáin go bhfuil go bhfuil $\tan \theta = 3 \tan \alpha$.

(c) (i)

5 mharc

Iarr 2

4 (c) (i)

Sa triantán qrs , $\angle srq = \theta$ mar $|sq| = |qr|$. $\therefore \angle sqr = 180^\circ - 2\theta$.

$$\frac{|sr|}{\sin(180^\circ - 2\theta)} = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\Rightarrow |sr| = \frac{\sin 2\theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \cos \theta.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn riail an tsínis/riail an chomhshínis a chur i bhfeidhm gach uair

B2 Earráid le linn $\sin(180^\circ - 2\theta)$ nó $\cos(180^\circ - 2\theta)$ a shimpliú

B3 Earráid le linn an chothromóid a réiteach gach uair

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

(c)(ii) Riail an tSínis
Forbairt $\sin(\theta - \alpha)$
Críoch

5 mharc
5 mharc
5 mharc

Aimsiú nó Iomrall
Aimsiú nó Iomrall
Aimsiú nó Iomrall

4. (c) (ii)

Sa triantán psr , tá $\angle rps = \theta - \alpha$.

$$\therefore \frac{\sin(\theta - \alpha)}{2 \cos \theta} = \frac{\sin \alpha}{1} \Rightarrow \sin(\theta - \alpha) = 2 \cos \theta \sin \alpha.$$

$$\therefore \sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha = 2 \cos \theta \sin \alpha \Rightarrow \sin \theta \cos \alpha = 3 \cos \theta \sin \alpha$$

Trí roinnt trasna faoi $\cos \theta \cos \alpha$ faightear an toradh

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3 \sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

$$\therefore \tan \theta = 3 \tan \alpha.$$

* Níl an dara 5 mharc ar fáil, ach i gcás an chéad 5 a bheith faighte

Níl an tríú 5 mharc ar fáil, ach i gcás an dara 5 a bheith faighte

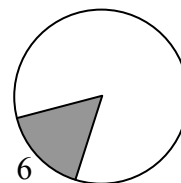
CEIST 5

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 15) marc	Iarr (-, 5)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
-----------------	-----------------------	--------------------

5. (a)

- (a) Sa réigiún scáthaithe sa léaráid, is é 6 cm fad an stua, agus is é 0.75 raidian uillinn na teascóige. Faigh achar na teascóige.



Ga	5 mharc	Iarr 2
Achar	5 mharc	Iarr 2

- 5. (a)** Tá fad an stua $= r\theta \Rightarrow r(0.75) = 6 \Rightarrow r = 8\text{cm}$.
Tá achar na teascóige $= \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \times 64 \times (0.75) = 24\text{cm}^2$.

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn an ga a ríomh

B2 Earráid le linn an t-achar a ríomh

Sciorthaí (-1)

S1 Níl aon aonaid ann

Iarrachtaí

A1 Foirmle cheart mar aon le roinnt den ionadú ceart agus stopann sé/sí

Cuid (b)	20 (5, 15) marc	Iarr (-, 5)
-----------------	------------------------	--------------------

- 5. (b)** (i) Sloinn $\sin 4x - \sin 2x$ mar iolrach.
(ii) Faigh réitigh uile na cothromóide $\sin 4x - \sin 2x = 0$ san fhearann $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$.

(b) (i)	5 mharc	Aimsiú nó Iomrall
----------------	----------------	--------------------------

- 5. (b) (i)** $\sin 4x - \sin 2x = 2\cos 3x \sin x$.

(b) (ii)	15 mharc	Iarr 5
-----------------	-----------------	---------------

- 5. (b) (ii)** $\sin 4x - \sin 2x = 0 \Rightarrow 2\cos 3x \sin x = 0$.
 $\therefore \cos 3x = 0$ nó $\sin x = 0$.
 $\therefore 3x = 90^\circ, 270^\circ, 450^\circ$ nó $x = 0^\circ, 180^\circ$.
 $\therefore x = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ nó $x = 0^\circ, 180^\circ$.
Is é an réiteach $\{0^\circ, 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ, 180^\circ\}$.

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn an chothromóid a réiteach

B2 Réitigh fágtha ar lár

(c)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2)

5.(c) Is iad a, b agus c faid na sleasa i dtriántán. Is é A an uillinn ar aghaidh an tsleasa ar fad dó a .

(i) Cruthaigh go bhfuil $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

(ii) Más slánuimhreacha leantacha iad a, b agus c , taispeáin go bhfuil

$$\cos A = \frac{a+5}{2a+4}.$$

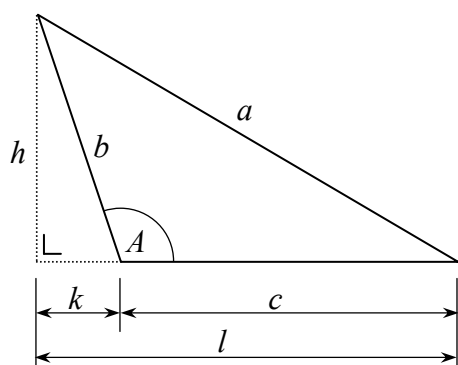
(c) (i) Léaráidí
Luach ar l
Críoch

5 mharc
5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2
Iarr 2

5 (c) (i)

cás 1: A maol

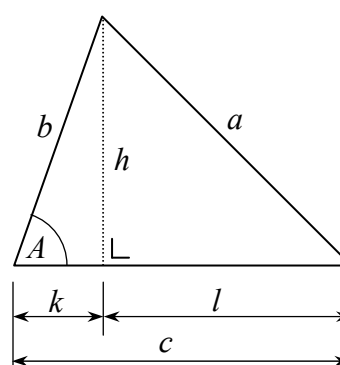


$$k = b \cos(180^\circ - A) = -b \cos A$$

$$\therefore l = c + k = c - b \cos A$$

$$h = b \sin(180^\circ - A) = b \sin A$$

cás 2: A géar



$$k = b \cos A$$

$$\therefore l = c - k = c - b \cos A$$

$$h = b \sin A$$

Leanann an dá chás ar aghaidh mar a leanas:

le teoirim Phíotagaráis: $a^2 = h^2 + l^2$

$$a^2 = (b \sin A)^2 + (c - b \cos A)^2$$

$$a^2 = b^2 \sin^2 A + c^2 + b^2 \cos^2 A - 2bc \cos A$$

$$a^2 = b^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$

* Cás A géar ceart agus Cás A maol mícheart nó fágtha ar lár, nó a mhalairt: botún amháin.

Botúin (-3)

B1 Earráid sa léaráid / sna léaráidí

B2 Earráid le linn l a fháil

B3 Earráid le linn críochnú

Iarrachtaí

A1 Tarraingítear léaráid mar aon le lipéadú ceart.

Nó

(c) (i) Léaráidí

Ionadú san fhoirmle

Críoch

5 mharc

5 mharc

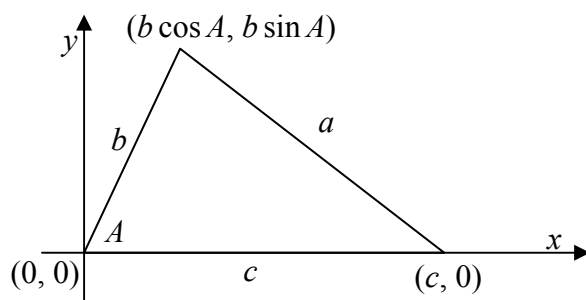
5 mharc

Iarr 2

Iarr 2

Iarr 2

(gach cás san áireamh)



$$\begin{aligned}\text{Foirmle an fhaid} &\Rightarrow a = \sqrt{(c - b \cos A)^2 + (0 - b \sin A)^2} \\ a^2 &= c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A + b^2 \sin^2 A \\ &= c^2 - 2bc \cos A + b^2 (\cos^2 A + \sin^2 A) \\ &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A.\end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Earráid sa léaráid

B2 Earráid le linn foirmle an fhaid a úsáid

B3 Earráid le linn críochnú

Iarrachtaí

A1 Tarraingítear léaráid mar aon le lipéadú ceart.

(c) (ii)

5 mharc

Iarr 2

5. (c) (ii)

Is slánuimhreacha leantacha iad a , b agus c ,

$\therefore b = a + 1$ agus $c = a + 2$.

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \Rightarrow \cos A = \frac{(a+1)^2 + (a+2)^2 - a^2}{2(a+1)(a+2)}.$$

$$\begin{aligned}\cos A &= \frac{a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 - a^2}{2(a+1)(a+2)} = \frac{a^2 + 6a + 5}{2(a+1)(a+2)} \\ &= \frac{(a+1)(a+5)}{2(a+1)(a+2)} = \frac{a+5}{2a+4}.\end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Na huimhreacha gan a bheith leantach

B2 Earráid san ionadú

B3 Earráid sa simpliú

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

CEIST 6

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20(10, 5, 5) marc	Iarr (3, 2, 2)

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

- 6. (a)** In ábhar ar leith, is é atá i gceist sa scrúdú ná tionscadal, triail phraiticiúil agus páipéar scríofa. Is é atá sa toradh iomlán ná meán ualaithe na gcéatadán a bhaintear amach sna codanna sin de réir na n-ualaithe 2, 3 agus 5, faoi seach.
Baineann Micheál scór 65% amach sa tionscadal agus 80% sa triail phraiticiúil.
Cad é an marc céatadánach is gá dó a bhaint amach sa pháipéar scríofa chun go mbeidh 70% mar thoradh iomlán aige?

(a)	10 marc	Iarr 3
------------	----------------	---------------

- 6. (a)** Abair nach mór do Mhicheál $x\%$ a fháil sa pháipéar scríofa.

$$\therefore \text{Meán ualaithe} = \frac{2(65) + 3(80) + 5(x)}{2 + 3 + 5} = \frac{370 + 5x}{10} = 70.$$

$$\therefore 370 + 5x = 700 \Rightarrow 5x = 330 \Rightarrow x = 66.$$

$\therefore$ 66% ag teastáil sa pháipéar scríofa.

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn meáin ualaithe a úsáid

B2 Earráid le linn an chothromóid a chur le chéile

B3 Earráid le linn an chothromóid a réiteach

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

Iarrachtaí

A1 Déantar iarracht an meán a fháil

6 (b)

- (b) Réitigh an difearchothromóid $u_{n+2} - 4u_{n+1} + u_n = 0$, áit a bhfuil $n \geq 0$, agus tú ag glacadh le $u_0 = 1$ agus $u_1 = 2$.

(b) Foirmítear coth. chearnach

5 mharc

Iarr 2

Réitítear coth. chearnach

5 mharc

Iarr 2

Téarma Ginearálta

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

6 (b)

$$u_{n+2} - 4u_{n+1} + u_n = 0.$$

$$\therefore x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} \Rightarrow x = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}.$$

$$u_n = l(\alpha)^n + m(\beta)^n = l(2 + \sqrt{3})^n + m(2 - \sqrt{3})^n.$$

$$u_0 = 1 \Rightarrow l + m = 1 \text{ agus } u_1 = 2 \Rightarrow l(2 + \sqrt{3}) + m(2 - \sqrt{3}) = 2.$$

$$\therefore 2(l + m) + \sqrt{3}(l - m) = 2 \Rightarrow 2 + \sqrt{3}(1 - m - m) = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}(1 - 2m) = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2} \text{ agus } l = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore u_n = \frac{1}{2} \left[(2 + \sqrt{3})^n + (2 - \sqrt{3})^n \right].$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn cothromóid chearnach a chur le chéile

B2 Earráid le linn cothromóid chearnach a réiteach

B3 Earráid le linn Téarma Ginearálta a fháil

B4 Earráid le linn l agus m a fháil

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

Cuid (c)**20 (10, 5, 5) marc****Iarr (3, 2, 2)****6(c)** Tá dioscaí i mála agus trí dhath éagsúla orthu.Tá dath dearg ar 5 dhiosca acu, dath bán ar dhiosca amháin agus dath dubh ar x acu.

Roghnaítear trí dhiosca ar fán le chéile.

(i) Scríobh síos slonn in x le haghaidh na dóchúlachta go mbeidh dathanna éagsúla ar na trí dhiosca.**(ii)** Más ionann an dóchúlacht go mbeidh dathanna éagsúla ar na trí dhiosca agus an dóchúlacht go mbeidh dath dubh orthu go léir, faigh x .**(c) (i)****10 marc****Iarr 3****6. (c) (i)** $P(\text{trí dhiosca agus dathanna éagsúla orthu})$

$$= \frac{5 \times 1 \times x}{{}^{6+x}C_3} = \frac{5x}{\frac{(6+x)(5+x)(4+x)}{1 \times 2 \times 3}} = \frac{30x}{(6+x)(5+x)(4+x)}.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid san uimhreoir

B2 Earráid san ainmneoir

**(c) (ii) Dubh
Críoch****5 mharc
5 mharc****Iarr 2
Iarr 2****6. (c) (ii)** $P(\text{trí dhiosca dhubha})$

$$= \frac{{}^xC_3}{{}^{6+x}C_3} = \frac{x(x-1)(x-2)}{(6+x)(5+x)(4+x)}.$$

$$\therefore \frac{x(x-1)(x-2)}{(6+x)(5+x)(4+x)} = \frac{30x}{(6+x)(5+x)(4+x)}.$$

$$\therefore (x-1)(x-2) = 30 \Rightarrow x^2 - 3x - 28 = 0.$$

$$\therefore (x-7)(x+4) = 0 \Rightarrow x = 7 \text{ as } x \neq -4.$$

$$\therefore 7 \text{ ndiosca dhubha.}$$

Botúin (-3)

B1 Earráid in iomlán na bhfothorthaí

B2 Earráid in iomlán na bhfothorthaí fabhracha

B3 Earráid le linn an chothromóid a réiteach

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

CEIST 7

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (-, 2)
Cuid (b)	20 (10, 5, 5) marc	Iarr (3, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (-, 2)
-----------------	-----------------------	--------------------

7.(a) Caithfidh Cáit cúig ábhar a roghnú as naoi n-ábhar atá ar fáil di.
Dhá ábhar den naoi is ea an Fhraincis agus an Ghearmáinis.

- (i) Cé mhéad teaghlaim éagsúil de na cúig ábhar is féidir a dhéanamh?
- (ii) Cé mhéad teaghlaim éagsúil is féidir a dhéanamh más mian le Cáit staidéar a dhéanamh ar an nGearmáinis ach nach mian léi staidéar a dhéanamh ar an bhFraincis?

(a) (i)	5 mharc	Aimsiú nó Iomrall
----------------	----------------	--------------------------

7. (a) (i)

$$\text{An líon teaghlaim} = {}^9C_5 = 126.$$

(c) (ii)	5 mharc	Iarr 2
-----------------	----------------	---------------

7. (a) (ii)

$$\text{An líon teaghlaim} = {}^7C_4 = 35$$

Botúin (-3)

B1 Earráid in n nó in r . (i.e. $n \neq 7$ nó $r \neq 4$)

B2 Earráid le linn 7C_4 a luacháil

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

Cuid (b)	20 (10, 5, 5) marc	Iarr (3, 2, 2)
-----------------	---------------------------	-----------------------

7.(b) Déantar ceithre cárta a roghnú le chéile as paca 52 cárta imeartha.

Faigh an dóchúlacht

- (i) gurb iad na ceithre aon na ceithre cárta a roghnaítear
- (ii) gur triufanna iad dhá cheann de na cártaí agus gur muileataí iad an dá cheann eile
- (iii) go bhfuil trí thriuf agus dhá aon i measc na gceithre cárta.

(b) (i)	10 marc	Iarr 3
----------------	----------------	---------------

7. (b) (i)

$$\text{Dóchúlacht (ceithre aon)} = \frac{{}^4C_4}{{}^{52}C_4} = \frac{1}{270725}.$$

Botúin (-3)

B1 An t-iomlán féideartha mícheart

B2 An t-iomlán fabhrach mícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

(b) (ii)

5 mharc

Iarr 2

7. (b) (ii)	Dóchúlacht (2 thriuf agus 2 mhuileata) = $\frac{{}^{13}C_2 \times {}^{13}C_2}{{}^{52}C_4} = \frac{78 \times 78}{270725} = \frac{6084}{270725}$.
--------------------	--

Botúin (-3)

B1 An t-iomlán féideartha mícheart

B2 An t-iomlán fabhrach mícheart

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

(b) (iii)

5 mharc

Iarr 2

7. (b) (iii)	Dóchúlacht = $\frac{1 \times {}^{12}C_2 \times {}^3C_1}{{}^{52}C_4} = \frac{198}{270725}$.
---------------------	---

Botúin (-3)

B1 An t-iomlán féideartha mícheart

B2 An t-iomlán fabhrach mícheart

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

7. (c) (i) Is é $\bar{x}$ meán comhbhreise (meán uimhríochtúil) na dtrí uimhir x_1, x_2, x_3 .

Bíodh $d_1 = x_1 - \bar{x}$, $d_2 = x_2 - \bar{x}$ agus $d_3 = x_3 - \bar{x}$.

Taispeáin go bhfuil $\sum_{r=1}^3 d_r = 0$.

(ii) Is é σ diall caighdeánach na dtrí uimhir x_1, x_2, x_3 .

Agus tú ag glacadh le b mar réaduimhir ar bith, bíodh $k^2 = \sum_{r=1}^3 \frac{(d_r - b)^2}{3}$.

Taispeáin go bhfuil $\sigma^2 = k^2 - b^2$.

(i) Meán

5 mharc

Iarr 2

Taispeáin $\Sigma d = 0$

5 mharc

Iarr 2

7. (c) (i)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3\bar{x}.$$

$$\sum_{r=1}^3 d_r = d_1 + d_2 + d_3 = x_1 - \bar{x} + x_2 - \bar{x} + x_3 - \bar{x} = x_1 + x_2 + x_3 - 3\bar{x} = 0.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid sa mheán

B2 Earráidí le linn $\sum_{r=1}^3 d_r = 0$ a luacháil.

(c) (ii) Slonn le haghaidh k^2

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

7. (c) (ii)

$$\begin{aligned} k^2 &= \sum_{r=1}^3 \frac{(d_r - b)^2}{3} = \frac{(d_1 - b)^2 + (d_2 - b)^2 + (d_3 - b)^2}{3} \\ &= \frac{(x_1 - \bar{x} - b)^2 + (x_2 - \bar{x} - b)^2 + (x_3 - \bar{x} - b)^2}{3} \\ &= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 - 2b(x_1 - \bar{x}) + b^2 + (x_2 - \bar{x})^2 - 2b(x_2 - \bar{x}) + b^2 + (x_3 - \bar{x})^2 - 2b(x_3 - \bar{x}) + b^2}{3} \\ &= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2}{3} - \frac{2b[(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + (x_3 - \bar{x})]}{3} + b^2. \\ &= \sigma^2 - 0 + b^2. \\ \therefore k^2 &= \sigma^2 + b^2 \Rightarrow \sigma^2 = k^2 - b^2. \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn $k^2 = \sum_{r=1}^3 \frac{(d_r - b)^2}{3}$ a láimhseáil.

B2 Ní chríochnaítear

CEIST 8

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr (3, 3)
Cuid (c)	20 (10, 5, 5) marc	Iarr (3, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5)	Iarr (2, 2)
-----------------	------------------	--------------------

8. (a) Bain úsáid as tástáil an chóimheasa chun a thaispeáint go bhfuil $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n+1}}{n!}$ coinbhéirseach.

(a) u_{n+1}	5 mharc	Iarr 2
Críoch	5 mharc	Iarr 2

8 (a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n+1}}{n!}. \quad u_{n+1} = \frac{2^{3n+4}}{(n+1)!}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{2^{3n+4}}{(n+1)!} \times \frac{n!}{2^{3n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{2^3}{n+1} \right| = 0 < 1. \quad \therefore \text{Coinbhéirseach}$$

Botlín (-3)

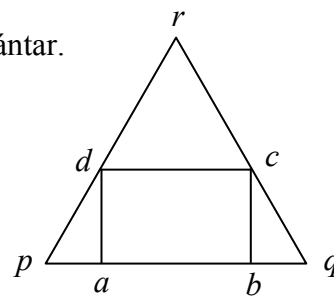
B1 Earráid le linn $u_{n+1} = \frac{2^{3n+4}}{(n+1)!}$ a shloinneadh.

B2 Earráid le linn Tástáil an Chóimheasa a lua

B3 Earráidí le linn teorainn a luacháil

Cuid (b)**20 (10, 10) marc****Iarr (3, 3)**

- 8 (b) (b)** Triantán comhshleasach ar fad sleasa dó 6 cm is ea pqr .
Is dronuilleog é $abcd$ atá inscríofa sa triantán, mar a thaispeántar.
Tá $|ab| = x$ cm agus $|bc| = y$ cm.



- (i) Sloinn y i dtéarmaí x .
(ii) Faigh an t-achar is mó is féidir a bheith in $abcd$.

Cuid (b) (i)**10 marc****Iarr 3****8 (b) (i)**

$$|pq| = 6 \text{ agus } |ab| = x \Rightarrow |bq| = 3 - \frac{1}{2}x.$$

$$|\angle cqb| = 60^\circ. \tan \angle cqb = \frac{|bc|}{|bq|} \Rightarrow \frac{y}{3 - \frac{1}{2}x} = \tan 60^\circ.$$

$$\therefore y = \left(3 - \frac{1}{2}x\right)\sqrt{3} \text{ cm.}$$

*Botúin (-3)*B1 Ní shloinntear $|bq|$ i dtéarmaí x .

B2 Earráid sa chóimheas triantánachta nó le linn triantáin chomhchosúla a úsáid

B3 Earráid le linn an chothromóid a chur le chéile

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

Cuid (b) (ii)**10 marc****Iarr (3)****8 (b) (ii)**

$$\text{Achar } abcd = A = xy = x\sqrt{3}\left(3 - \frac{1}{2}x\right).$$

$$A = 3\sqrt{3}x - \frac{1}{2}\sqrt{3}x^2.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = 3\sqrt{3} - \sqrt{3}x = 0 \text{ don achar uasta. } \therefore x = 3.$$

$$\text{Do } x = 3, \frac{d^2y}{dx^2} = -\sqrt{3} < 0 \Rightarrow \text{uasmhéid.}$$

$$A = 3\sqrt{3}\left(3 - \frac{3}{2}\right) = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2.$$

* y mícheart ó cuid (i) $\Rightarrow$ marc i leith iarrachta ar a mhéad i gcuid (ii)

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn an t-achar a shloinneadh

B2 Earráid sa difreáil

B3 Earráid le linn an chothromóid a réiteach

B4 Ní fhaightear an t-achar

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

Cuid (c)**20 (10, 5, 5) marc****Iarr (3, 2, 2)**

- 8 (c) (i)** Díorthaigh an tsraith Maclaurin le haghaidh $f(x) = \cos x$, suas chomh fada leis an téarma a chuimsíonn x^4 , agus an téarma sin san áireamh.
- (ii)** Uaidh sin, nó ar shlí eile, taispeáin gurb iad $1 - x^2 + \frac{x^4}{3}$ na chéad trí théarma neamhnialasacha den tsraith Maclaurin le haghaidh $f(x) = \cos^2 x$.
- (iii)** Bain feidhm astu sin chun garluach a fháil ar $\cos^2(0.2)$, agus bíodh do fhreagra ceart go dtí ceithre ionad dheachúlacha.

(c) (i)**10 marc****Iarr 3****8 (c) (i)**

$$f(x) = \cos x = f(0) + \frac{f'(0)x}{1!} + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \frac{f^{iv}(0)x^4}{4!} + \dots$$

$$f(0) = \cos 0 = 1.$$

$$f'(x) = -\sin x \Rightarrow f'(0) = -\sin 0 = 0.$$

$$f''(x) = -\cos x \Rightarrow f''(0) = -\cos 0 = -1.$$

$$f'''(x) = \sin x \Rightarrow f'''(0) = \sin 0 = 0.$$

$$f^{iv}(x) = \cos x \Rightarrow f^{iv}(0) = \cos 0 = 1.$$

$$\therefore f(x) = \cos x = 1 + 0 - \frac{x^2}{2!} + 0 + \frac{x^4}{4!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \dots$$

Botúin (-3)

B1 Dífereál mhícheart

B2 Luacháil mhícheart ar $f^{(n)}(0)$

B3 Ní dhíorthaítear gach téarma

B4 Earráid i Sraith Maclaurin

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

(c) (ii)

5 mharc

Iarr 2

8 (c) (ii)

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) = \frac{1}{2}\left(1 + 1 - \frac{4x^2}{2} + \frac{16x^4}{24}\right) = \frac{1}{2}\left(2 - 2x^2 + \frac{2x^4}{3}\right).$$

$$\therefore \cos^2 x = 1 - x^2 + \frac{x^4}{3}.$$

Botlín (-3)

B1 Earráid sa triantánacht nó san iolrú

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

(c) (iii)

5 mharc

Iarr 2

8 (c) (iii)

$$\cos^2 x = 1 - x^2 + \frac{x^4}{3}.$$

$$\Rightarrow \cos^2(0.2) = 1 - 0.04 + 0.00053 = 0.96053 = 0.9605.$$

Botlín (-3)

B1 Earráid sna téarmaí

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid sa ríomh

CEIST 9

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (10, 5, 5) marc	Iarr (3, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

- 9 (a)** 20% de na hearraí a dhéantar ar inneall áirithe, bíonn siad lochtach. Déantar ceithre earra a roghnú ar fán. Faigh an dóchúlacht nach mbeidh ceann ar bith de na hearraí a roghnaítear lochtach.

(a)	10 marc	Iarr 3
------------	----------------	---------------

- 9 (a)** Dóchúlacht (ceann amháin lochtach) = $p = \frac{1}{5}$,
- Dóchúlacht (ceann amháin gan a bheith lochtach) = $1 - p = q = \frac{4}{5}$.
- Dóchúlacht (ceithre cinn gan a bheith lochtach) = ${}^4C_4 \left(\frac{1}{5}\right)^0 \left(\frac{4}{5}\right)^4 = \frac{256}{625}$.

Botúin (-3)

B1 p nó q mícheart

B2 Earráid sa Déthéarmach

Cuid (b)	20 (10, 5, 5) marc	Iarr (3, 2, 2)
-----------------	---------------------------	-----------------------

- 9 (b)** I gcluiche a imríonn Áine agus Breandán, glacann siad a seal chun díse a chaitheamh. Beidh an bua ag an gcéad duine a chaithfidh a sé. Tá an chéad chaitheamh ag Áine.
- (i) Faigh an dóchúlacht go mbeidh an bua ag Áine sa dara caitheamh aici.
- (ii) Faigh an dóchúlacht go mbeidh an bua ag Áine sa chéad nó sa dara nó sa tríú caitheamh aici.
- (iii) Tríd an tsuim go héigríoch de shraith iolraíoch a fháil, nó ar shlí eile, faigh an dóchúlacht go mbeidh an bua ag Áine.

(b) (i)	10 marc	Iarr 3
----------------	----------------	---------------

- 9 (b) (i)**
- Dóchúlacht (go mbeidh an bua ag Áine sa dara caitheamh aici)
- = P(cailleann Áine sa chéad chaitheamh aici).P(cailleann Breandán sa chéad chaitheamh aige).P(bua ag Áine sa dara caitheamh aici)
- = $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{25}{216}$.

Botúin (-3)

B1 Aon chaitheamh breise a chuirtear san áireamh nó gach dóchúlacht atá mícheart

Cuid (b) (ii)**5 mharc****Iarr 2****9 (b) (ii)**

$$\text{Dóchúlacht (bua ag Áine sa tríú caitheamh aici)} = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{625}{7776}.$$

$$\text{Dóchúlacht (bua ag Áine sa chéad, sa dara nó sa tríú caitheamh aici)}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{25}{216} + \frac{625}{7776} = \frac{2821}{7776}.$$

Botúin (-3)

B1 Gach dóchúlacht a fághtar ar lár

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

Cuid (b) (iii)**5 mharc****Iarr 2****9 (b) (iii)**

$$p = \text{dóchúlacht (bua ag Áine sa chluiche)} = \frac{1}{6} + \frac{25}{216} + \frac{625}{7776} + \dots$$

$$\text{i.e. an tsuim go héigríoch de shraith iolraíoch, áit a bhfuil } a = \frac{1}{6} \text{ agus } r = \frac{25}{36}.$$

$$p = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{6}}{1-\frac{25}{36}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{11}{36}} = \frac{6}{11}.$$

Nó

$$p = P(\text{bua ag Áine i ndeireadh báire})$$

$$= P(\text{bua i ndeireadh báire ag an té a mbeidh an chéad chaitheamh eile aige})$$

$$P(\text{bua ag Áine}) + P(\text{bua ag Breandán}) = 1$$

$$p + \frac{5}{6}p = 1$$

$$\frac{11}{6}p = 1$$

$$p = \frac{6}{11}$$

*Botúin (-3)*B1 Earráid in a nó in r .

B2 Earráid sa tsuim go héigríoch

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

Cuid (c)**20 (5, 5, 5, 5) marc****Iarr (2, 2, 2, 2)**

9 (c) Déantar bonn ar leith a chaitheamh 400 uair chun an hipitéis go bhfuil an bonn neamhlaofa a thástáil. Is é x an líon aghaidheanna a bhreathnaítear. Cad iad na teorainneacha nach foláir do x a bheith lonnaithe eatarthu chun nach ndiúltófar don hipitéis ag an leibhéal suntais 5%?

(c) Faigh μ **5 mharc****Iarr 2****Faigh σ** **5 mharc****Iarr 2****Aonaid chaighdeánacha****5 mharc****Iarr 2****Conclúid****5 mharc****Iarr 2****9 (c)**

$$n = 400, \quad p = \frac{1}{2}, \quad q = \frac{1}{2}.$$

$$\mu = np = 200 \quad \text{agus} \quad \sigma = \sqrt{npq} = 10.$$

$$-1.96 \leq z \leq 1.96 \Rightarrow -1.96 \leq \frac{x-200}{10} \leq 1.96.$$

$$\therefore -19.6 \leq x - 200 \leq 19.6 \Rightarrow 180.4 \leq x \leq 219.6.$$

$$\therefore 181 \leq x \leq 219.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn an meán a fháil

B2 Earráid le linn an diall caighdeánach a fháil

B3 Earráid in aonaid

B4 Earráid sa chonclúid

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

CEIST 10

Cuid (a)	20 (5, 5, 10) marc	Iarr (-, -, 3)
Cuid (b)	30 (10, 10, 5, 5) marc	Iarr (3, 3, 2, 2)

Cuid (a)	20 (5, 5, 10) marc	Iarr (3)
-----------------	---------------------------	-----------------

- 10 (a)** Bíodh $x \oplus y = x + y - 4$, áit a bhfuil $x, y \in \mathbb{Z}$.
- (i) Faigh an ball céannachta (an ball ionannais).
 - (ii) Faigh inbhéarta x .
 - (iii) Déan amach an bhfuil $\oplus$ comhthiomsaitheach ar $\mathbb{Z}$.

(a) (i)	5 mharc	Aimsiú nó iomrall
----------------	----------------	--------------------------

10 (a) (i)

$$x \oplus e = x + e - 4 = x.$$

$$\therefore e = 4.$$

(a) (ii)	5 mharc	Aimsiú nó iomrall
-----------------	----------------	--------------------------

10 (a) (ii)

$$x \oplus x^{-1} = e = 4.$$

$$\therefore x + x^{-1} - 4 = 4 \Rightarrow x^{-1} = 8 - x.$$

(a) (iii)	10 marc	Iarr 3
------------------	----------------	---------------

10 (a) (iii)

Más comhthiomsaitheach, ansin: $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$.

$$(x + y - 4) \oplus z = x \oplus (y + z - 4)$$

$$(x + y - 4) + z - 4 = x + (y + z - 4) - 4$$

$$x + y + z - 8 = x + y + z - 8, \text{ ó tá } + \text{ comhthiomsaitheach ar } \mathbb{Z}.$$

$\therefore$ Tá an oibríocht $\oplus$ comhthiomsaitheach.

Botlín (-3)

- B1 Earráid le linn comhthiomsaitheacht a shainmhíniú.
- B2 Earráid le linn an riail a chur i bhfeidhm
- B3 Níl conclúid ann

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid sa ríomh

Cuid (b)**30 (10, 10, 10) marc****Iarr (3, 3, 3)**

10 (b) Dhá ghrúpa iad $(A, \circ)$ agus $(B, *)$. Tá $A = \{k, l, m, n\}$ agus $B = \{p, q, r, s\}$, agus taispeántar na táblaí Cayley le haghaidh $(A, \circ)$ agus $(B, *)$.

$$A:$$

$\circ$	k	l	m	n
k	l	k	n	m
l	k	l	m	n
m	n	m	k	l
n	m	n	l	k

$$B:$$

$*$	p	q	r	s
p	r	s	p	q
q	s	p	q	r
r	p	q	r	s
s	q	r	s	p

- (i) Scríobh síos ball céannachta $(A, \circ)$ agus uaidh sin faigh gineadóir de chuid $(A, \circ)$.
- (ii) Faigh ord gach baill in $(B, *)$.
- (iii) Luaigh iseamorfacht ϕ ó $(A, \circ)$ go dtí $(B, *)$, agus áitigh go críochnúil gur iseamorfacht í.

(b) (i)**10 marc****Iarr 3**

10 (b)(i) Is é l ball céannachta $(A, \circ)$.

$m^1 = m, m^2 = k, m^3 = n, m^4 = l. \therefore$ is gineadóir é m . Is gineadóir é n freisin.

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn an ball céannachta a roghnú

B2 Earráid le linn gineadóir a fhíorú

(b) (ii)**10 marc****Iarr 3****10 (b) (ii)**

Is é r ball céannachta $(B, *)$. Is d'ord 1 é r .

$p^2 = r \Rightarrow$ d'ord 2 é p .

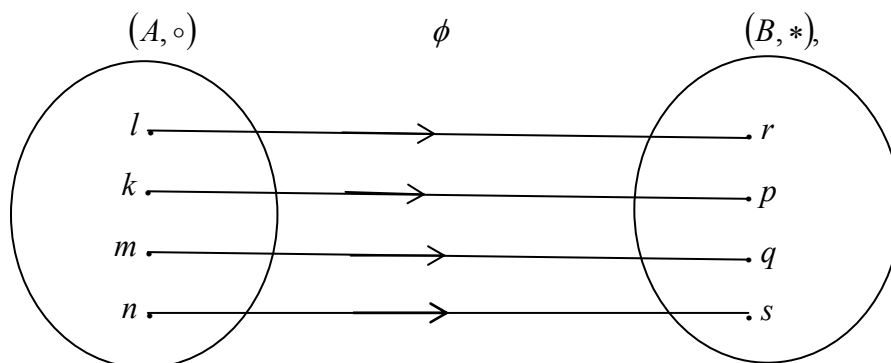
$q^4 = r \Rightarrow$ d'ord 4 é q

$s^4 = r \Rightarrow$ d'ord 4 é s .

Botúin (-3)

B1 Earráid san ord gach uair

10 (b) (iii)



Áitiú:

Is é l ball céannachta $(A, \circ)$ agus is é r ball céannachta $(B, *)$.

Is léir go n-aistrítear iolrigha bhfuil an ball céannachta iontu. Is iad seo na cinn eile:

$$\phi(k \circ k) = \phi(l) = r \text{ agus } \phi(k) * \phi(k) = p * p = r.$$

$$\phi(k \circ m) = \phi(n) = s \text{ agus } \phi(k) * \phi(m) = p * q = s.$$

$$\phi(k \circ n) = \phi(m) = q \text{ agus } \phi(k) * \phi(n) = p * s = q.$$

$$\phi(m \circ m) = \phi(k) = p \text{ agus } \phi(m) * \phi(m) = q * q = p.$$

$$\phi(m \circ k) = \phi(n) = s \text{ agus } \phi(m) * \phi(k) = q * p = s.$$

$$\phi(m \circ n) = \phi(l) = r \text{ agus } \phi(m) * \phi(n) = q * s = r.$$

$$\phi(n \circ n) = \phi(k) = p \text{ agus } \phi(n) * \phi(n) = s * s = p.$$

$$\phi(n \circ k) = \phi(m) = q \text{ agus } \phi(n) * \phi(k) = s * p = q.$$

$$\phi(n \circ m) = \phi(l) = r \text{ agus } \phi(n) * \phi(m) = s * q = r.$$

$\therefore$ is iseamorfacht é ϕ .

* Nóta: is é an iseamorfacht fhéideartha eile ná $l \rightarrow r, k \rightarrow p, m \rightarrow s, n \rightarrow q$.

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn iseamorfacht a roghnú

B2 Ní áitítear go críochnúil

CEIST 11

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (10, 10) marc	Iarr (3, 3)

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

11 (a)

(a) Faigh comhordanáidí an phointe atá do-athraitheach faoin gclaochlú

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

11 (a)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \therefore \begin{pmatrix} 2x + 3y + 5 \\ 4x - 5y + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$$\therefore x + 3y = -5 \Rightarrow 2x + 6y = -10$$

$$4x - 6y = -2 \Rightarrow \frac{4x - 6y = -2}{6x = -12} \Rightarrow x = -2 \text{ agus } y = -1.$$

$$6x = -12 \Rightarrow x = -2 \text{ agus } y = -1.$$

$\therefore$ is pointe do-athraitheach é (-2, -1)

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn maitrísí a iolrú nó a shuimiú

B2 Earráid le linn cothromóidí a chur le chéile

B3 Earráid le linn cothromóidí a réiteach

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráidí sa ríomh

11 (b) Cruthaigh go ndéanann claochlú cosúlachta imlár triantáin a mhapáil ar imlár íomhá an triantáin.

(b) Imlár

5 mharc

Iarr 2

Lárphointí

5 mharc

Iarr 2

Ingearacht

5 mharc

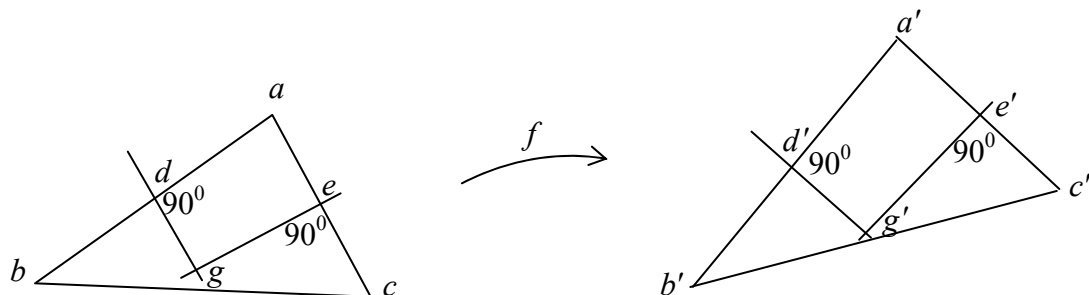
Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

11 (b)



Is iad dg agus eg déroinnteoirí ingearacha $[ab]$ agus $[ac]$ faoi seach

$\therefore$ is é g imlár Δabc .

Is iad d agus e lárphointí $[ab]$ agus $[ac]$ faoi seach $\Rightarrow$ is iad d' agus e' lárphointí $[a'b']$ agus $[a'c']$ faoi seach, mar gur mapáil dho-athraitheach é lárphointe.

$dg \perp ab$ agus $eg \perp ac \Rightarrow d'g' \perp a'b'$ agus $e'g' \perp a'c'$ mar is claochlú cosúlachta é f .

$\therefore$ is é g' imlár $\Delta a'b'c'$ agus $f(g) = g'$.

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn an t-implár a fháil

B2 Ní shainaithnítear na lárphointí

B3 Ní shainaithnítear ingir

B4 Níl conclúid ann

11 (c) (i) Is é E an éilips $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ agus is é f an claochlú

$$(x, y) \rightarrow (x', y'), \text{ áit a bhfuil } x' = \frac{x}{a} \text{ agus } y' = \frac{y}{b}.$$

Taispeáin go ndéanann f an éilips E a mhapáil ar an aonadchiorcal.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, cruthaigh gur comhthreomhar lena chéile iad na tadhlaith a tharraingítear le héilips ag foircinn trastomhais.

(c) (i)

10 marc

Iarr (3)

11 (c) (i)

$$x = ax' \text{ agus } y = by'.$$

$$\therefore f(E): \frac{a^2 x'^2}{a^2} + \frac{b^2 y'^2}{b^2} = 1 \Rightarrow x'^2 + y'^2 = 1.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn íomhánna a fháil

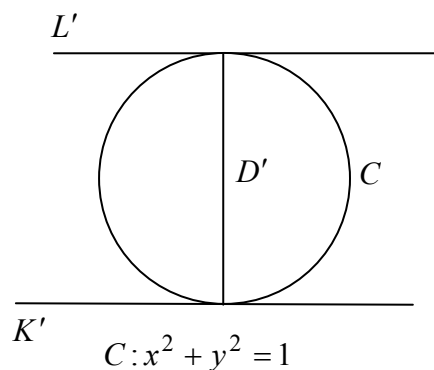
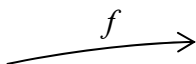
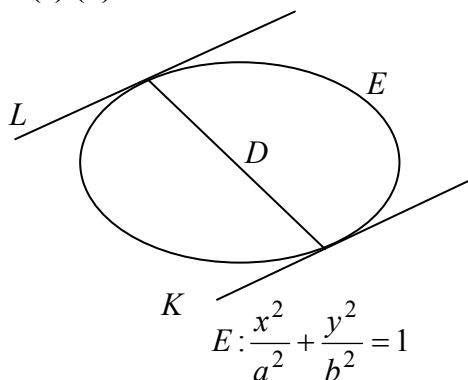
B2 Earráid le linn cothromóid an chiorcail a fháil

(c) (ii)

10 marc

Iarr (3)

11 (c) (ii)



Trí f , mapáiltear E ar C agus mapáiltear L, K, D ar L', K', D' faoi seach.

Ach tá $L' \perp D'$ agus $K' \perp D'$, mar bíonn tadhlaí le ciorcal ingearach leis an trastomhas ag an bpointe tadhail.

$\therefore$ tá L' comhthreomhar le K' .

$\therefore$ tá $f^{-1}(L)$ comhthreomhar le $f^{-1}(K')$ mar go bhfuil an chomhthreomhaireacht do-athraitheach.

$\therefore$ tá L comhthreomhar le K .

Botúin (-3)

B1 Ní shainmhínítear tadhlaí le ciorcal

B2 Ní luaitear do-athraitheacht línte comhthreomhara

MARCANNA BREISE AS UCHT FREAGAIRT TRÍ GHAEILGE

Ba chóir marcanna de réir an ghnáthrata a bhronnadh ar iarrthóirí nach ngnóthaíonn níos mó ná 75% d'iomlán na marcanna don pháipéar. Ba chóir freisin an marc bónais sin a shlánú **síos**.

Déantar an cinneadh agus an ríomhaireacht faoin marc bónais i gcás gach páipéir ar leithligh.

Is é 5% an gnáthrata agus is é 300 iomlán na marcanna don pháipéar. Mar sin, bain úsáid as an ngnáthrata 5% i gcás iarrthóirí a ghnóthaíonn 225 marc nó níos lú, e.g. $198 \text{ marc} \times 5\% = 9.9 \Rightarrow \text{bónas} = 9 \text{ marc}$.

Má ghnóthaíonn an t-iarrthóir níos mó ná 225 marc, ríomhtar an bónas de réir na foirmle $[300 - \text{bunmharc}] \times 15\%$, agus an marc bónais sin a shlánú **síos**. In ionad an ríomhaireacht sin a dhéanamh, is féidir úsáid a bhaint as an tábla thíos.

Bunmharc	Marc Bónais
226	11
227 – 233	10
234 – 240	9
241 – 246	8
247 – 253	7
254 – 260	6
261 – 266	5
267 – 273	4
274 – 280	3
281 – 286	2
287 – 293	1
294 – 300	0

