



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

An Ardteistiméireacht 2012

**Aistriúchán
Ar Scéim Mharcála**

**Matamaitic
(Tionscadal Mata – Céim 3)**

Ardleibhéal

Clár Ábhar

Leathanach

Réamhrá	4
Réitigh Shamplacha – Páipéar 1	5
Scéim Mharcála – Páipéar 1	23
Struchtúr na scéime marcála	23
Achoimre ar leithroinnt marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm	25
Nótaí mionsonraithe marcála	26
Réitigh Shamplacha – Páipéar 2	37
Scéim Mharcála – Páipéar 2	56
Struchtúr na scéime marcála	56
Achoimre ar leithroinnt marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm	58
Nótaí mionsonraithe marcála	59
Marcanna Breise as ucht Freagairt trí Ghaeilge	68

Réamhrá

I gcás scrúdú Ardleibhéil na Matamaitice do na hiarrthóirí sna 24 scoil tosaigh a bhí páirteach in *Tionscadal Mata*, bhí roinnt ábhair ann agus a bhí sa scrúdú a rinne na hiarrthóirí eile go léir. Bhí an scéim mharcála a úsáideadh don ábhar a bhí i bpáirt acu mar a chéile i gcás an dá ghrúpa.

Sa doiciméad seo, tá an scéim mharcála iomlán don dá pháipéar do na hiarrthóirí sna 24 scoil.

Is ceart do léitheoirí a thabhairt dá n-aire, dála na scéimeanna marcála go léir a úsáidtear le haghaidh na scrúduithe stáit, go bhfuil méid na mionsonraí is gá in aon fhreagra ar leith ag brath ar an gcomhthéacs agus ar an modh a gcuirtear an cheist agus ar an líon marcanna a thugtar i leith na ceiste nó na coda lena mbaineann. D'fhéadfadh sé go mbeadh difríochtaí ann ó bhliain go bliain sna riachtanais agus sa líon marcanna atá ar fáil.



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2012

Matamaitic (Tionscadal Mata – Céim 3)

Páipéar 1

Ardleibhéal

Dé hAoine 8 Meitheamh Tráthnóna 2:00 – 4:30

300 marc

Réitigh Shamplacha – Páipéar 1

Tabhair do d'aire: níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chuir chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	3 cheist

Freagair na naoi gceist go léir.

Scríobh do chuid freagraí sna spásanna atá ann dóibh sa leabhrán seo. Caillfidh tú marcanna mura ndéanfaidh tú é sin. Tá spás d'obair bhreise ag cúl an leabhráin. Is féidir páipéar breise a iarraidh ar an bhfeitheoir freisin. Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus an chuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Sna freagraí ba chóir go gcuirfí isteach na haonaid tomhais chuí, áit a bhfuil siad ábhartha.

Ba chóir freagraí a thabhairt san fhoirm is simplí, áit a bhfuil sé sin ábhartha.

Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

--

Freagair na sé cheist go léir as an roinn seo.

Ceist 1

(25 marc)

(a) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha:

$$a^2 - ab + b^2 = 3$$

$$a + 2b + 1 = 0$$

$$a = -2b - 1$$

$$(-2b - 1)^2 + (2b + 1)b + b^2 = 3$$

$$7b^2 + 5b - 2 = 0$$

$$(7b - 2)(b + 1) = 0$$

$$b = \frac{2}{7} \quad \text{nó} \quad b = -1$$

$$a = \frac{-11}{7} \quad \text{nó} \quad a = 1$$

Réiteach: $\{b = \frac{2}{7} \text{ agus } a = \frac{-11}{7}\}$ nó $\{b = -1 \text{ agus } a = 1\}$.

(b) Faigh tacar na réadluachanna go léir ar x a fhágann go bhfuil $\frac{2x-5}{x-3} \leq \frac{5}{2}$.

Iolraigh trasna faoi $2(x-3)^2$, atá neamh-dhiúltach:

$$2(x-3)(2x-5) \leq 5(x-3)^2$$

$$4x^2 - 22x + 30 \leq 5x^2 - 30x + 45$$

$$0 \leq x^2 - 8x + 15$$

$$0 \leq (x-5)(x-3)$$

$$x \geq 5 \quad \text{nó} \quad x < 3.$$

NÓ

$$\frac{2x-5}{x-3} - \frac{5}{2} \leq 0$$

$$\frac{2(2x-5) - 5(x-3)}{2(x-3)} \leq 0$$

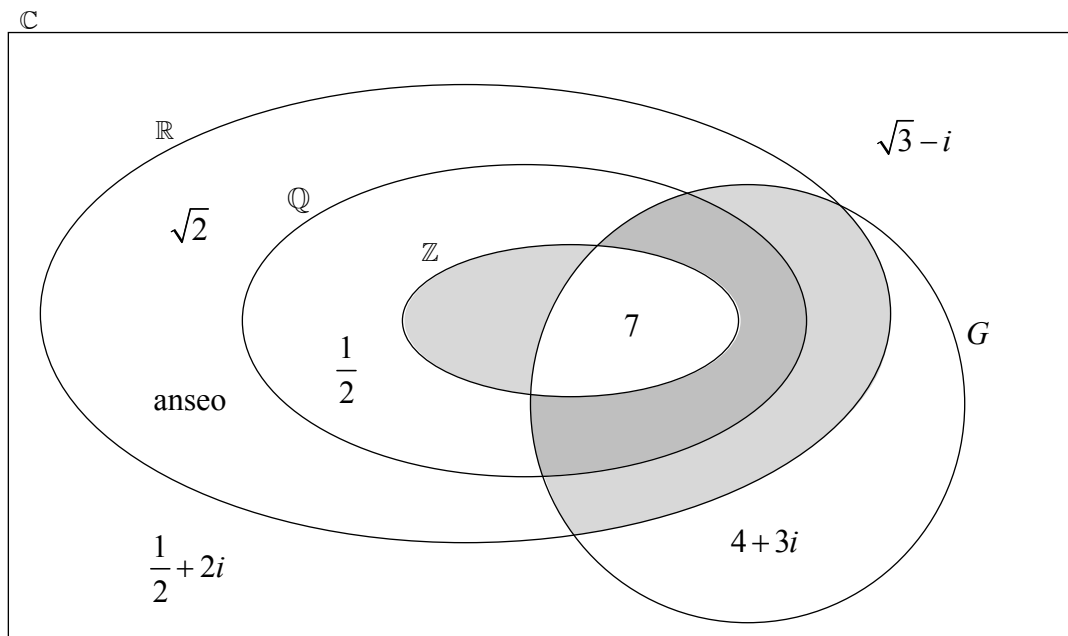
$$\frac{-x+5}{2(x-3)} \leq 0$$

$$x \geq 5 \quad \text{nó} \quad x < 3.$$

	$x < 3$	$3 < x < 5$	$x > 5$
$-x+5$	+	+	-
$x-3$	-	+	+
$\frac{-x+5}{2(x-3)}$	-	+	-

(25 marc)

Féach ar an léaráid Venn thíos.



- (a)** Tá trí réigiún sa léaráid a sheasann do thacair fholmha.
Tá ceann amháin díobh seo scáthaithe. Scáthaigh an dá cheann eile.
- (b)** Cuir gach ceann de na huimhreacha seo a leanas ina réigiún ceart ar an léaráid.

$\sqrt{2}$

7

$$\sqrt{3} - i$$

$$4 + 3i$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + 2i$$

- (c) Féach ar an toradh ab , áit a bhfuil $a \in G$ agus $b \in \mathbb{Q}$. Tá réigiún sa léaráid, réigiún nach bhfuil folamh, nach féidir le ab a bheith ann. Scríobh an focal ‘anseo’ sa réigiún seo.

Caithfidh codanna réadacha agus codanna samhailteacha de ab a bheith cóimheasta araon (cóimheasta $\times$ slánuimhir). Dá bhrí sin, ní féidir le ab a bheith i $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Ceist 3

(25 marc)

Tá modal $5\frac{1}{16}$ agus argóint $\frac{4\pi}{9}$ ag an uimhir choimpléascach z .

- (a) Faigh, san fhoirm pholach, na ceithre cheathrú fréamh choimpléascacha atá ag z .
(Is é sin, faigh na ceithre luach ar w a fhágann go bhfuil $w^4 = z$.)

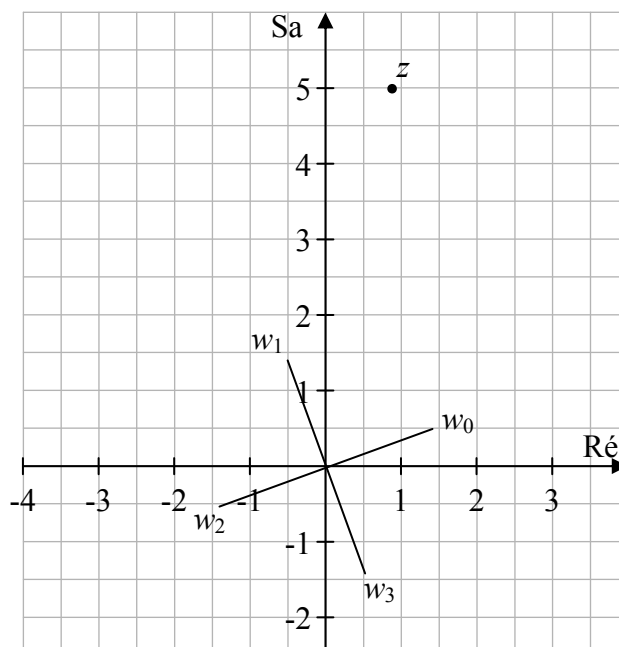
$$w^4 = \frac{81}{16} \left(\cos\left(\frac{4\pi}{9} + 2n\pi\right) + i \sin\left(\frac{4\pi}{9} + 2n\pi\right) \right)$$

$$w = \frac{3}{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{9} + \frac{n\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{9} + \frac{n\pi}{2}\right) \right), \quad n = 0, 1, 2, 3.$$

$$w = \frac{3}{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{9}\right) \right), \quad \frac{3}{2} \left(\cos\left(\frac{11\pi}{18}\right) + i \sin\left(\frac{11\pi}{18}\right) \right),$$

$$\frac{3}{2} \left(\cos\left(\frac{10\pi}{9}\right) + i \sin\left(\frac{10\pi}{9}\right) \right), \quad \frac{3}{2} \left(\cos\left(\frac{29\pi}{18}\right) + i \sin\left(\frac{29\pi}{18}\right) \right)$$

- (b) Tá z marcáilte ar an léaráid Argand thíos.
Ar an léaráid chéanna, taispeáin na ceithre fhreagra ar chuid (a).



Ceist 4**(25 marc)**

- (a) Cruthaigh, trí ionductú, an fhoirmle do shuim na chéad n téarma i sraith iolraíoch. Is é sin, cruthaigh, i gcás $r \neq 1$:

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}.$$

$$P(n): \quad a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$\text{Seiceáil } P(1): \quad a = \frac{a(1-r)}{1-r}, \text{ atá fíor.}$$

$$\text{Glac leis gur } P(k): \quad a + ar + ar^2 + \dots + ar^{k-1} = \frac{a(1-r^k)}{1-r}$$

$$\begin{aligned} \text{Ansin:} \quad & \underbrace{a + ar + ar^2 + \dots + ar^{k-1}} + ar^k \\ &= \frac{a(1-r^k)}{1-r} + ar^k \\ &= \frac{a(1-r^k) + ar^k(1-r)}{1-r} \\ &= \frac{a(1 - \cancel{r^k} + \cancel{r^k} - r^{k+1})}{1-r} \\ &= \frac{a(1-r^{k+1})}{1-r} \\ & \text{a bhunaíonn } P(k+1). \end{aligned}$$

Ós rud é go bhfuil $P(1) \wedge \{\forall k \in \mathbb{N}, (P(k) \Rightarrow P(k+1))\}$, fágann sé go sealbhaíonn $P(n) \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

- (b) Agus an chuid athfhillteach á scríobh agat mar shraith iolraíoch éigríochta, sloinn an uimhir seo a leanas mar chodán de shlánuimhreacha:

$$5.\dot{2}\dot{1} = 5.2121212121\dots$$

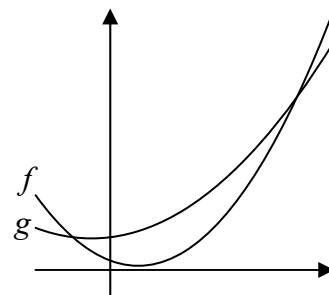
$$\begin{aligned} 5.\dot{2}\dot{1} &= 5 + \frac{21}{100} + \frac{21}{10000} + \frac{21}{1000000} + \dots \\ &= 5 + [\text{sraith iolraíoch le } a = \frac{21}{100}, \quad r = \frac{1}{100}]. \\ &= 5 + \frac{\frac{21}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = 5 + \frac{21}{100-1} = 5 \frac{21}{99} = 5 \frac{7}{33}. \end{aligned}$$

Ceist 5**(25 marc)**Sainítear na feidhmeanna f agus g ar $x \in \mathbb{R}$ mar

$$f : x \mapsto 2x^2 - 3x + 2 \quad \text{agus}$$

$$g : x \mapsto x^2 + x + 7$$

- (a) Faigh comhordanáidí an dá phointe ina dtrasnaíonn na cuair $y = f(x)$ agus $y = g(x)$ a chéile.



$$f(x) = g(x)$$

$$2x^2 - 3x + 2 = x^2 + x + 7$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5) = 0$$

$$x = -1, \quad x = 5.$$

$$f(-1) = 7 \Rightarrow (-1, 7)$$

$$f(5) = 37 \Rightarrow (5, 37)$$

- (b) Faigh achar an réigiúin atá iniata idir an dá chuar.

$$A = \int_{-1}^5 (g(x) - f(x)) dx$$

$$= \int_{-1}^5 (-x^2 + 4x + 5) dx$$

$$= \left[\frac{-x^3}{3} + 2x^2 + 5x \right]_{-1}^5$$

$$= \left(\frac{-125}{3} + 50 + 25 \right) - \left(\frac{1}{3} + 2 - 5 \right)$$

$$= 36.$$

Ceist 6**(25 marc)**

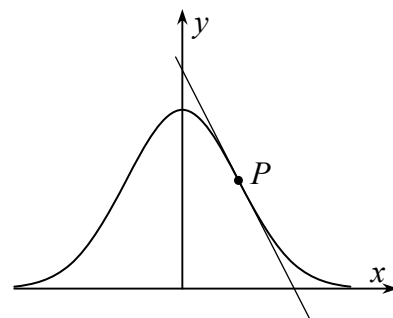
(a) Bíodh $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$.

Taispeáin gurb é dara díorthach $f(x)$ i leith x ná $f''(x) = (x^2 - 1)e^{-\frac{1}{2}x^2}$.

$$f'(x) = \underbrace{-x}_u \underbrace{e^{-\frac{1}{2}x^2}}_v$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} \\ &= -x \left(-xe^{-\frac{1}{2}x^2} \right) + e^{-\frac{1}{2}x^2} (-1) \\ &= (x^2 - 1)e^{-\frac{1}{2}x^2} \end{aligned}$$

- (b) Is pointe athchasta ar an gcuar $y = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ é an pointe P sa chéad cheathrú.
Taispeáin go dtrasnaíonn an tadhlaí ag P an x -ais ag $(2, 0)$.



Pointe athchasta i gcás go bhfuil $f''(x) = 0$.

$$(x^2 - 1)e^{-\frac{1}{2}x^2} = 0 \Rightarrow (x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1.$$

An chéad cheathrú $\Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = f(1) = e^{-\frac{1}{2}}$, agus is é $f'(1) = -e^{-\frac{1}{2}}$ fána an tadhlaí.

Dá bhrí sin, is é $y - y_1 = m(x - x_1)$ cothromóid an tadhlaí.

$$y - e^{-\frac{1}{2}} = -e^{-\frac{1}{2}}(x - 1)$$

Trasnaíonn sé an x -ais nuair atá $y = 0 \Rightarrow -e^{-\frac{1}{2}} = -e^{-\frac{1}{2}}(x - 1)$

$$1 = x - 1$$

$$x = 2$$

Freagair na trí cheist go léir as an roinn seo.

Ceist 9

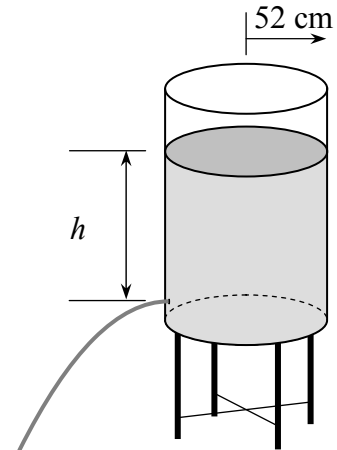
(50 marc)

Tá poll in aice leis an mbun in umar sorcóireach oscailte d'uisce. Is é ga an umair ná 52 cm. Is ciorcal ar ga dó 1 cm é an poll. Titeann leibhéal an uisce de réir mar a éalaíonn an t-uisce tríd an bpoll.

Ar feadh tréimhse 20 nóiméad áirithe, tugtar airde dhromchla an uisce leis an bhfoirmle

$$h = \left(10 - \frac{t}{200}\right)^2$$

áit arb é h airde dhromchla an uisce, ina cm, agus é tomhaiste ó lár an phoill, agus arb é t an t-am ina shoicindí ó phointe ama áirithe $t = 0$.



(a) Cad é airde an dromchla ag an am $t = 0$?

$$h(0) = 10^2 = 100 \text{ cm.}$$

(b) Cé mhéad soicind a bheidh caite nuair a bheidh airde 64 cm ag an dromchla?

$$\left(10 - \frac{t}{200}\right)^2 = 64$$

$$10 - \frac{t}{200} = 8 \quad (\text{ós rud é go bhfuil } t > 0)$$

$$t = 400$$

Freagra: 400 soicind.

(c) Faigh an ráta ar a bhfuil **toirt** an uisce san umar ag laghdú ag an bpointe ama áirithe nuair is é 64 cm a airde.

Tabhair do fhreagra ceart go dtí an cm^3 is gaire in aghaidh an tsoicind.

$$V = \pi r^2 h = \pi (52)^2 h = 2704\pi h.$$

$$\frac{dh}{dt} = 2 \left(10 - \frac{t}{200}\right) \frac{-1}{200} \quad \frac{dV}{dt} = 2704\pi \frac{dh}{dt}$$

$$\left. \frac{dh}{dt} \right|_{t=400} = \frac{-2}{25} \quad = 2704\pi \left(\frac{-2}{25}\right) = -216.32\pi$$

$$\therefore \text{Tá an toirt ag laghdú ag } 216.32\pi \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \approx 680 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$$

- (d) Is ionann an ráta ar a bhfuil toirt an uisce san umar ag laghdú agus an luas ar a bhfuil an t-uisce ag teacht amach as an bpoll, iolraithe faoi achar an phoill. Faigh an luas ar a bhfuil an t-uisce ag teacht amach as an bpoll ag an bpointe ama nuair is é 64 cm a airde.

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= Av \\ 216.32\pi &= \pi 1^2 v \\ v &= 216.32 \text{ cm s}^{-1}\end{aligned}$$

- (e) Taispeáin, de réir mar a athraíonn t , gur iolraí tairiseach de $\sqrt{h}$ é luas an uisce ag teacht amach as an bpoll.

$$\begin{aligned}v &= -\frac{1}{\pi} \frac{dV}{dt} \\ &= -\frac{1}{\pi} 2704\pi \frac{dh}{dt} \\ &= 27.04 \left(10 - \frac{t}{200} \right) \\ &= 27.04 \sqrt{h} \\ \text{atá ina iolraí tairiseach de } \sqrt{h}\end{aligned}$$

- (f) Tá sé ar eolas againn go dtugtar luas uisce atá ag teacht amach as poll mar seo, ina cheintiméadair in aghaidh an tsoicind, leis an bhfoirmle

$$v = c\sqrt{1962h}$$

áit ar tairiseach é c a bhraitheann ar ghnéithe áirithe den pholl.

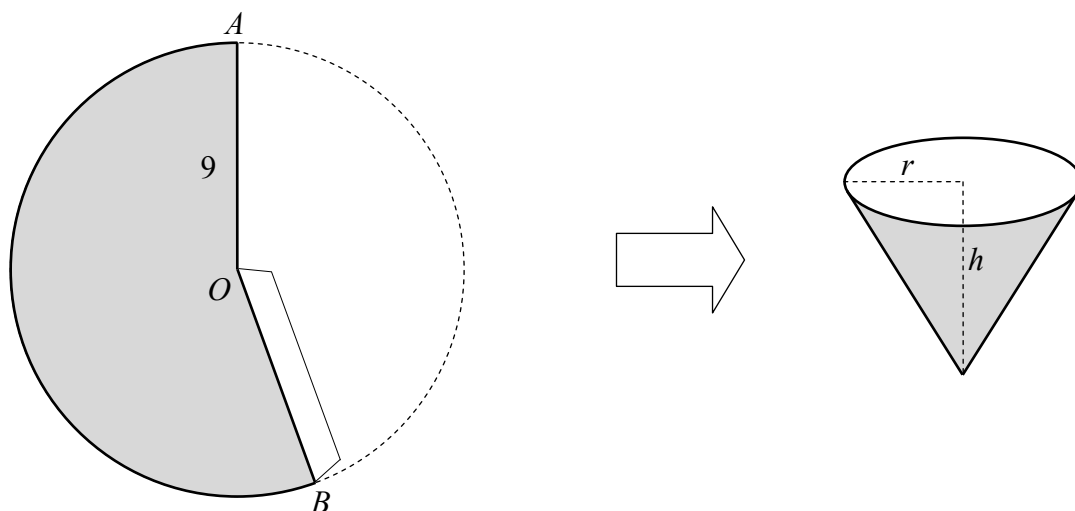
Faigh, ceart go dtí ionad deachúlach amháin, luach c i gcás an phoill seo.

$$\begin{aligned}c\sqrt{1962} &= 27.04 \\ c &\approx 0.6\end{aligned}$$

Ceist 8**(50 marc)**

Baineann comhlacht úsáid as páipéar uiscédhíonach chun cupáin sho-chaite chónúla ólacháin a dhéanamh. Chun gach cupán a dhéanamh, gearrtar teascóg AOB as píosa ciorclach páipéir de gha 9 cm. Ansin ceanglaítear na himill AO agus OB chun an cupán a dhéanamh, mar a thaispeántar.

Is é ga imeall an chupáin ná r , agus is é airde an chupáin ná h .



- (a) Agus r^2 á shloinneadh i dtéarmaí h agat, taispeáin go dtugtar toilleadh an chupáin, ina cm^3 , leis an bhfoirmle

$$V = \frac{\pi}{3} h (81 - h^2).$$

$$r^2 + h^2 = 9^2$$

$$r^2 = 81 - h^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{\pi h}{3} (81 - h^2)$$

- (b) Tá dhá luach dheimhneacha ar h a fhágann gurb é $\frac{154\pi}{3}$ toilleadh an chupáin.

Is slánuimhir é ceann amháin de na luachanna sin.

Faigh an dá luach.

Bíodh an réiteach neamh-shlánuimhreach ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

$$\frac{\pi h}{3}(81 - h^2) = \frac{154\pi}{3}$$

$$h(81 - h^2) = 154$$

$$h^3 - 81h + 154 = 0$$

Tá fréamh shlánuimhreach ina fhachtóir de 154 $\Rightarrow \in \{1, 2, 7, 14, 11, 22, 77, 154\}$

ní réiteach é $h = 1$; is réiteach é $h = 2$.

$$\begin{array}{r} h^2 + 2h - 77 \\ h - 2 \overline{) h^3 + 0h^2 - 81h + 154} \\ \underline{h^3 - 2h^2} \\ 2h^2 - 81h \\ \underline{2h^2 - 4h} \\ -77h + 154 \\ \underline{-77h + 154} \\ 0 \end{array}$$

$$h^2 + 2h - 77 = 0$$

$$(h + 1)^2 - 78 = 0$$

$$h = -1 \pm \sqrt{78}$$

Is réitigh dhearfacha iad $h = 2$, $h \approx 7.83$

- (c) Faigh an toirt is mó is féidir a bheith sa chupán, ceart go dtí an cm^3 is gaire.

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi h}{3}(81 - h^2), \quad h \in [0, 9] \\ &= \frac{\pi}{3}(81h - h^3) \\ \frac{dV}{dh} &= \pi(27 - h^2) \end{aligned}$$

Uasluach/íosluach logánta nuair atá $\frac{dV}{dh} = 0 \Rightarrow h = \sqrt{27}$. (Is soiléir gur uasluach é ós rud é go bhfuil $V(0) = V(9) = 0$.)

$$V_{\max} = \pi(27\sqrt{27} - 9\sqrt{27}) = 18\sqrt{27}\pi \approx 294 \text{ cm}^3$$

- (d) Comhlánaigh an tábla thíos chun ga, airde agus toilleadh gach ceann de na cupáin a bhí i gceist sna codanna (b) agus (c) thuas, a thaispeáint.
I ngach cás, bíodh an ga agus an airde ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

	na cupáin i gcuid (b)		an cupán i gcuid (c)
ga (r)	8.77 cm	4.43 cm	7.35 cm
airde (h)	2 cm	7.83 cm	5.20 cm
toilleadh (V)	$\frac{154\pi}{3} \approx 161 \text{ cm}^3$	$\frac{154\pi}{3} \approx 161 \text{ cm}^3$	294 cm^3

- (e) Go praiticiúil, cé acu ceann de na cupáin thuas ar a bhfuil an cruth is réasúnta mar chupán cónúil? Tabhair cúis le do fhreagra.

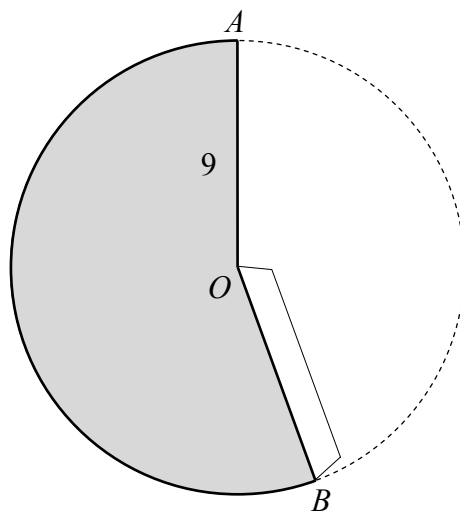
An ceann sa lár (ga 4.43 cm, airde 7.83 cm).

Tá na cupáin eile i bhfad róleathan agus ró-éadomhain le greim a fháil orthu.

- (f) I gcás an chupáin a roghnaigh tú i gcuid (e), faigh tomhas na huillinne AOB a chaithfear a ghearradh as an diosca ciorclach chun an cupán a dhéanamh. Tabhair do fhreagra ina chéimeanna, ceart go dtí an chéim is gaire.

Imlíne an imill $= 2\pi r \approx 8.86\pi \approx 27.86$ cm.

$$\theta = \frac{l}{r} = \frac{27.86}{9} = 3.096 \text{ rad} \approx 177^\circ$$



Ceist 9**(50 marc)**

Is é atá i *mbrú an atmaisféir* ná an brú a chuireann an t-aer atá in atmaisféar an domhain ar rudaí. Is féidir é a thomhas ina chileapascail (kPa). Athraíonn meánbhrú an atmaisféir de réir na hairde: dá airde a théann tú suas, is ea is ísle an brú.

Tá fiosrú ar siúl ag roinnt mac léinn ar an athrú brú seo, agus roinnt sonraí a fuair siad ar an idirlíon á n-úsáid acu. Tá eolas acu faoin meánbhrú ag airdí éagsúla.

Tá sé cinn de na hiontrálacha sa tacar sonraí mar a thaispeántar sa tábla thíos iad:

airde (km)	0	1	2	3	4	5
brú (kPa)	101.3	89.9	79.5	70.1	61.6	54.0

Agus iad ag féachaint ar an bpatrún, tá na mic léinn ag iarraidh samhail oiriúnach a fháil chun na sonraí a mheaitseáil.

- (a) Measann Hannah gur seicheamh iolraíoch é seo a bheag nó a mhór. Deir sí gur féidir léi na sonraí a mheaitseáil cuibheasach maith ach an chéad téarma a thógáil mar 101.3 agus an comhiolraitheoir mar 0.883.
- (i) Comhlánaigh an tábla thíos chun na luachanna a thugann samhail Hannah a thaispeáint, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

airde (km)	0	1	2	3	4	5
brú (kPa)	101.3	89.4	79.0	69.7	61.6	54.4
		-0.6%	-0.6%	-0.6%	0%	+0.7%

- (ii) Féach ar na hearráidí céatadánacha sna luachanna thuas agus cuir isteach uimhir chuí chun an ráiteas thíos a chomhlánú.

“Tá samhail Hannah cruinn laistigh de 1 %.”

- (b) Molann Tomás na sonraí a shamhaltú leis an bhfeidhm easpónantúil seo a leanas:

$$p = 101.3 \times e^{-0.1244h}$$

áit arb é p an brú ina chileapascail agus arb é h an airde ina ciliméadair.

- (i) Agus luach **amháin** ar bith, seachas 0, á thógáil agat don airde, fíoraigh go bhfuil difríocht níos lú ná 0.01 kPa idir an brú a thugann samhail Thomáis agus an brú a thugann samhail Hannah.

Airde 1:	$101.3e^{-0.1244} - 101.3(0.883) \approx 0.0027 < 0.01$
Airde 2:	$101.3e^{-0.1244 \times 2} - 101.3(0.883)^2 \approx 0.0048 < 0.01$
Airde 3:	$101.3e^{-0.1244 \times 3} - 101.3(0.883)^3 \approx 0.0063 < 0.01$
Airde 4:	$101.3e^{-0.1244 \times 4} - 101.3(0.883)^4 \approx 0.0074 < 0.01$
Airde 5:	$101.3e^{-0.1244 \times 5} - 101.3(0.883)^5 \approx 0.0081 < 0.01$

- (ii) Mínigh conas a d'fhéadfadh Tomás teacht ar luach an tairisigh 0.1244 ina shamhail.

B'fhéidir gur ghlac sé leis go raibh sé den fhoirm $101.3e^{-kt}$ agus gur bhain sé úsáid ansin as ceann de na breathnuithe chun k a fháil.

B'fhéidir gur chuir sé luachanna éagsúla t i $p(t) = 101.3e^{-kt}$, agus go bhfuair sé meán na luachanna ar k a d'eascair uaidh sin.

B'fhéidir go bhfuair sé logartam nádúrtha an chóimheasa de théarmaí leantacha.

B'fhéidir gur bhreac sé logartam an bhrú in aghaidh na hairde agus gur bhain sé úsáid as fána na líne ab fhearr oiriúint chun k a fháil.

- (c) Tá samhail Hannah *scoite* agus tá ceann Thomáis *leanúnach*.

- (i) Mínigh cad is brí leis seo.

Tugann samhail Hannah luachanna ar an mbrú ag luachanna leithleacha (slánuimhir) ar an airde.

Tugann samhail Thomáis luach ar an mbrú ag aon réadluach den airde, is cuma más slánuimhir é nó murab ea.

- (ii) Luaigh buntáiste amháin atá ag samhail leanúnach thar shamhail scoite.

Níl srian ort maidir le luachanna scoite ar leith na hathróige neamhspleáiche; is féidir leat plé freisin le luachanna idir dhá luach ar bith a thugtar – luach ar bith is maith leat.

- (d) Bain úsáid as samhail Thomáis chun brú an atmaisféir a mheas ag airde bharr Shliabh Everest: 8848 méadar.

$$p(8848) = 101.3e^{-0.1244 \times 8848} \approx 33.7 \text{ kPa}.$$

- (e) Agus samhail Thomáis á húsáid agat, faigh meastachán ar an airde ag a bhfuil brú an atmaisféir leath chomh mór lena luach ag leibhéal na farraige (airde 0 km).

$$\begin{aligned}
 p(h) &= \frac{1}{2} p(0) \\
 101.3e^{-0.1244h} &= \frac{1}{2}(101.3) \\
 e^{0.1244h} &= 2 \\
 0.1244h &= \ln 2 \\
 h &\approx 5.57 \text{ km}
 \end{aligned}$$

- (f) Uaireanta tugann daoine mothúchán faoi deara ina gcluasa nuair a athraíonn an brú. Féadann sé seo tarlú agus tú ag taisteal in ardaitheoir tapa i bhfoirgneamh ard. Taispeánann turgnaimh go mothaíonn a lán daoine mothúchán mar sin má athraíonn an brú go tapa de 1 chileapascal amháin nó níos mó. Cuir i gcás go dtéann duine mar seo isteach in ardaitheoir atá gar do leibhéal na farraige. Agus neastachán oiriúnach ar an bhfad idir dhá urlár á thógáil agat, déan meastachán ar líon na n-urlár a chaithfeadh an duine taisteal chun an mothúchán seo a thabhairt faoi deara.

$$\begin{aligned}
 p(h) &= 100.3 \\
 101.3e^{-0.1244h} &= 100.3 \\
 e^{-0.1244h} &= \frac{100.3}{101.3} \\
 -0.1244h &= \ln\left(\frac{100.3}{101.3}\right) \\
 h &= \frac{1}{0.1244}(\ln 101.3 - \ln 100.3) \\
 h &\approx 0.0797 \text{ km} \approx 80 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Má cheadaítear 3 m in aghaidh gach urláir, tá sé thart faoi 27 urlár.

Scéim Mharcála – Páipéar 1

Struchtúr na scéime marcála

Déantar freagraí na n-iarrthóirí a mharcáil de réir scálaí éagsúla, ag brath ar na cineálacha freagra a bhfuiltear ag súil leo. I gcás scálaí a bhfuil an lipéad A orthu, roinntear freagraí na n-iarrthóirí ina dhá gcatagóir (ceart agus mícheart). I gcás scálaí a bhfuil an lipéad B orthu, roinntear na freagraí ina trí ghrúpa (ceart, ceart i bpáirt, agus mícheart), agus mar sin de. Tá achoimre le fáil sa tábla seo a leanas ar na scálaí agus ar na marcanna a leanann astu:

Lipéad an scála	A	B	C	D	E
Líon na gcatagóirí	2	3	4	5	5
Scála 5 mharc		0, 3, 5	0, 3, 4, 5		
Scála 10 marc		0, 7, 10	0, 5, 8, 10	0, 3, 5, 8, 10	
Scála 15 mharc		0, 11, 15	0, 8, 14, 15	0, 5, 10, 13, 15	
Scála 20 marc		0, 10, 20	0, 14, 18, 20	0, 6, 12, 18, 20	

Tugtar tuairisceoir ginearálta anseo thíos le haghaidh gach pointe ar gach scála. Más gá, tá treoracha níos sonraí le fáil sa scéim féin maidir leis an tslí chun na scálaí a léiriú i gcomhthéacs gach ceiste.

Scálaí marcála – tuairisceoirí leibhéil

A-scálaí (dhá chatagóir)

- freagra mícheart (creidiúint ar bith)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

B-scálaí (trí chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil (creidiúint ar bith)
- freagra ceart i bpáirt (páirtchreidiúint)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

C-scálaí (ceithre chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil (creidiúint ar bith)
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin (páirtchreidiúint íseal)
- freagra atá beagnach ceart (páirtchreidiúint ard)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

D-scálaí (cúig chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil (creidiúint ar bith)
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin (páirtchreidiúint íseal)
- tuairim is an leathchuid den fhreagra ceart (páirtchreidiúint mheánach)
- freagra atá beagnach ceart (páirtchreidiúint ard)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

E-scálaí (sé chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil (creidiúint ar bith)
- freagra lena ngabhann fíúntas éigin (páirtchreidiúint íseal)
- beagnach an leathchuid den fhreagra ceart (páirtchreidiúint íosmheánach)
- níos mó ná an leathchuid den fhreagra ceart (páirtchreidiúint uasmheánach)
- freagra atá beagnach ceart (páirtchreidiúint ard)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

I gcásanna áirithe, ar cásanna iad, de ghnáth, ina ndéantar cothromú mícheart nó ina bhfágtar aonaid ar lár, féadfar marc a thabhairt atá aon mharc amháin faoi mharc na creidiúna iomláine. Taispeántar cásanna den sórt sin trí réiltín a chur in aice leo. Dá bhrí sin, mar shampla, léiríonn scála 10C* go bhféadfar 9 marc a thabhairt.

Achoimre ar leithroinnt marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm

Roinn A

Ceist 1

- (a) 15C
- (b) 10D

Ceist 2

- (a) 15B
- (b) 5C
- (c) 5B

Ceist 3

- (a) 20C
- (b) 5B

Ceist 4

- (a) 10C
- (b) 15C

Ceist 5

- (a) 10C
- (b) 15D

Ceist 6

- (a) f' 10B
- (a) f'' 10B
- (b) 5C

Roinn B

Ceist 7

- (a) 15B*
- (b) 15C*
- (c) 5C*
- (d) 10B*
- (e)&(f) 5C

Ceist 8

- (a) 10B
- (b) 20D*
- (c) 5C*
- (d) 5C*
- (e) 5B
- (f) 5C*

Ceist 9

- (a)(i) 10C*
- (a)(ii) 5B
- (b)(i) 5B
- (b)(ii) 5B
- (c)(i)&(ii) 5B
- (d) 10B*
- (e) 5C
- (f) 5C

Nótaí mionsonraithe marcála

Roinn A

Ceist 1

(a) Scála 15C (0, 8, 14, 15).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Aon iarracht ar thriail is earráid
- * Scríobhtar a i dtéarmaí b nó scríobhtar b i dtéarmaí a agus stopann.
- * Aon chéad chéim réasúnta

Páirtchreidiúint ard:

- * Réitítear le haghaidh athróg amháin (dhá luach), i gceart a bheag nó a mhór
- * Cuirtear $-2b - 1$ in ionad a sa chothromóid neamhlíneach agus píosa eile dul chun cinn
- * Cuirtear $\frac{-a-1}{2}$ in ionad b sa chothromóid neamhlíneach agus píosa eile dul chun cinn

(b) Scála 10D (0, 3, 5, 8, 10).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Aon chéad chéim réasúnta.

Páirtchreidiúint mheánach:

- * Faightear luachanna ar leith ar x a seasann an éagothromóid dóibh

Páirtchreidiúint ard:

- * Réitítear an chothromóid chearnach ábhartha chun na réitigh $x = 3$ nó $x = 5$ a fháil
- * Pléitear i gceart a bheag nó a mhór le cás amháin ($x < 3$ nó $x \geq 5$)
- * Taispeántar réiteach ar ghraf
- * Déantar dul chun cinn suntasach maidir le réiteach iomlán

Ceist 2

(a) Scála 15B (0, 11, 15).

Páirtchreidiúint:

- * Scáthaítear réigiún ceart amháin
- * Scáthaítear dhá réigiún nach bhfuil aon bhaill iontu

(b) Scála 5C (0, 3, 4, 5).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Ceann amháin ceart ar a laghad

Páirtchreidiúint ard:

- * Trí, ceithre nó cúig cinn ceart.

Nóta: tá aon iontráil dhúbailte mícheart.

(c) Scála 5B (0, 3, 5).

Gan chreidiúint:

- * Tá an freagra san áit mhícheart, gan mhíniú nó gan obair.

Páirtchreidiúint:

- * Tógtar ball ar bith de G agus ball ar bith de $\mathbf{Q}$ agus faightear a dtoradh
- * Píosa obair ábhartha nó míniú a bhfuil fiúntas aige.

- * Scríobhtar $\frac{p}{q}(x + iy)$

Creidiúint iomlán:

- * Tá an freagra san áit cheart, le míniú agus obair nó gan mhíniú agus gan obair.

Ceist 3

(a) Scála 20C (0, 14, 18, 20).

Páirtchreidiúint íseal:

* Aon chéad chéim réasúnta

* Feictear $\cos \frac{4\pi}{9} + i \sin \frac{4\pi}{9}$ nó $\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ$ gan aon obair bhreise eile

Páirtchreidiúint ard:

* Réiteach ceart mar aon le mionearráid nó dhó

* Luach amháin go hiomlán ceart

* $\left(5\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\cos \frac{1}{4} \left(\frac{4\pi}{9}\right) + i \sin \frac{1}{4} \left(\frac{4\pi}{9}\right)\right)$

* Gan a bheith san fhoirm pholach

(b) Scála 5B (0, 3, 5).

Páirtchreidiúint:

* Roinnt oibre lena ngabhann fiúntas.

* Mura mbíonn na modail mar an gcéanna, ní bhronntar ach páirtchreidiúint

Nóta: teastaíonn ceithre réiteach réasúnta i gcuid (a) d'fhonn creidiúint iomlán a fháil i gcuid (b).

Ceist 4

(a) Scála 10C (0, 5, 8, 10).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Aon chéad chéim réasúnta
- * Cruthúnas ceart gan ionduchtú a úsáid

Páirtchreidiúint ard:

- * Tá an réiteach ceart den chuid is mó, lena n-áirítear fianaise go dtuigtear loighic an chruthúnais trí ionduchtú.
- * Go hiomlán ceart $P(k) \Rightarrow P(k+1)$.

(b) Scála 15C (0, 8, 14, 15).

Páirtchreidiúint íseal:

- *
$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

- * Freagra ceart gan obair
- * Aon chéad chéim réasúnta

Páirtchreidiúint ard:

- *
$$5 + \frac{21}{100} + \frac{21}{10000} + \frac{21}{1000000} + \dots$$

- * Réiteach ceart mar aon le mionearráidí san uimhríocht.

Ceist 5

(a) Scála 10C (0, 5, 8, 10).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Tógtar tábla luachanna ach ní chríochnaítear
- * Aon chéad chéim réasúnta

Páirtchreidiúint ard:

- * x -luachanna i gceart ach ní thugtar aon y -luachanna (nó tugtar y -luachanna míchearta).
- * Tugtar an réiteach mar aon le mionearráid amháin.

(b) Scála 15D (0, 5, 10, 14, 15).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Achar iniata = Achar faoi g – Achar faoi f .
- * Scáthaítear an t-achar iniata
- * Léirítear na teorainneacha ar an ngraf
- * Aon chéad chéim réasúnta

Páirtchreidiúint mheánach:

- * Suimeáil cheart $f(x)$ nó $g(x)$

Páirtchreidiúint ard:

- * Suimeáil cheart $(f(x) - g(x))$ nó $(g(x) - f(x))$, nó $f(x)$ agus $g(x)$ araon.
- * Réiteach ceart mar aon le mionearráidí san uimhríocht, agus/nó ní dhéileáiltear i gceart le suimeálaí diúltach.

Ceist 6

(a) An chéad díorthach: Scála 10B (0, 7, 10).

Páirtchreidiúint:

* Aon chéad chéim réasúnta

An dara díorthach: Scála 10B (0, 7, 10).

Páirtchreidiúint:

* Aon chéad chéim réasúnta

(b) Scála 5C (0, 3, 4, 5).

Páirtchreidiúint íseal:

* Aon chéad chéim réasúnta

* $y - 0 = m(x - 2)$

* Luann $f''(x) = 0$ agus stopann.

Páirtchreidiúint ard:

* Réiteach iomlán mar aon le hearráid nó dhó

* Tadhlaí ceart agus stopann.

Roinn B

Ceist 7

- (a) Scála 15B* (0, 11, [14], 15).

Páirtchreidiúint:

- * Aon chéad chéim réasúnta, mar shampla aon iarracht chun $h(0)$ a fháil.

- (b) Scála 15C* (0, 8, 13, [14], 15).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Aon chéad chéim réasúnta, mar shampla $h(t) = 64$ a bhunú
- * Déantar iarracht maidir le cuardach córasach (trial agus feabhsú)
- * Déantar iarracht maidir le réiteach grafach

Páirtchreidiúint ard:

- * Réiteach mar aon le hearráid nó dhó

Creidiúint Iomlán:

- * Freagra ceart trí thriail agus feabhsú
- * Freagra ceart trí mhodh grafach

- (c) Scála 5C* (0, 3, 4, [4], 5).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Glactar leis go bhfuil ráta an laghdaithe líneach, i.e. faightear ráta an laghdaithe ó thoirt $270,400\pi\text{cm}^3$ go toirt $173,056\pi\text{cm}^3$.
- * $\frac{dv}{dt} = \frac{dh}{dt} \cdot \frac{dv}{dh}$
- * Aon chéad chéim réasúnta.

Páirtchreidiúint ard:

- * Faightear $\frac{dh}{dt}$ ag $t = 400$, nó obair ábhartha den tsamhail chéanna.
- * Réiteach tríd an modh ceart, ach le roinnt earráidí.

- (d) Scála 10B* (0, 7, [9], 10).

Páirtchreidiúint:

- * Aon chéad chéim réasúnta.
- * $A = \pi r^2$

Nóta: Déantar neamhaird de chomhartha lúide.

- (e)&(f) Scála 5C (0, 3, 4, 5).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Aon obair lena ngabhann fiúntas in (e) nó (f).

Páirtchreidiúint ard:

- * Aon obair lena ngabhann fiúntas in (e) agus (f) araon.
- * Réiteach go hiomlán ceart in (e) nó (f)

Ceist 8

(a) Scála 10B (0, 7, 10).

Páirtchreidiúint:

- * $r^2 = 81 - h^2$ agus stopann
- * Aon chéad chéim réasúnta

(b) Scála 20D* (0, 6, 12, 18, [19] 20).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Aon chéad chéim réasúnta.

Páirtchreidiúint mheánach:

- * Aon chéim tar éis $\frac{154\pi}{3} = \frac{\pi}{3} h (81 - h^2)$

Páirtchreidiúint ard:

- * Déantar dul chun cinn suntasach i gceart (e.g. faightear fréamh amháin agus roinnt dul chun cinn breise)

- * Réiteach tríd an modh ceart, ach le roinnt earráidí.

(c) Scála 5C* (0, 3, 4, [4], 5).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Aon chéad chéim réasúnta.

Páirtchreidiúint ard:

- * Faightear h i gceart agus stopann.
- * Faightear $\frac{dV}{dh}$ i gceart agus bunaítear $\frac{dV}{dh} = 0$
- * Earráid(i) sa díorthach, agus críochnaítear i gceart nó beagnach i gceart

(d) Scála 5C* (0, 3, 4, [4], 5).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Iontráil amháin ar bith atá ceart.
- * Aon obair cheart ábhartha

Páirtchreidiúint ard:

- * Cúig nó sé iontráil chearta (bunaithe ar obair roimhe seo)

(e) Scála 5B (0, 3, 5).

Gan chreidiúint:

- * Freagra mícheart, le míniú nó gan míniú.

Páirtchreidiúint:

- * Freagra ceart, gan mhíniú.
- * Cupán ag a bhfuil an méid is mó toirte agus is féidir.

(f) Scála 5C* (0, 3, 4, [4], 5).

Páirtchreidiúint íseal:

* Obair réasúnta mar aon le ceann ar bith de $A = \pi r^2$, $C = 2\pi r$, $A = \pi rl$, $A = \frac{1}{2}r^2\theta$.

* Aon chéad chéim réasúnta

Páirtchreidiúint ard:

* Freagra ceart i raidiain

Ceist 9

(a)(i) Scála 10C* (0, 5, 8, [9] 10).

Páirtchreidiúint íseal:

- * Iontráil cheart amháin (i.e. iontráil amháin ag a bhfuil an cóimheas ceart leis an iontráil roimhe)

Páirtchreidiúint ard:

- * Ceithre iontráil chearta

(a)(ii) Scála 5B (0, 3, 5).

Páirtchreidiúint:

- * Aon obair cheart ábhartha
- * Freagra lasmuigh den raon [0.5%, 2%]

(b)(i) Scála 5B (0, 3, 5).

Páirtchreidiúint:

- * Aon obair cheart ábhartha

(b)(ii) Scála 5B (0, 3, 5).

Páirtchreidiúint:

- * Míniú neamhiomlán, ar nós “réitíodh cothromóid”, “baineadh úsáid as graf”, “baineadh úsáid as dá théarma leantacha”
- * “Chonaic sé go raibh an brú ag leibhéal na farraige cothrom le 101.3 kPa.”

(c) Scála 5B (0, 3, 5).

- * Marcáiltear an dá chuid le chéile, ós rud é go bhféadfadh baint a bheith ag na freagraí lena chéile: d’fhéadfadh an míniú in (i) an buntáiste a dhéanamh soiléir, nó d’fhéadfadh an buntáiste in (ii) a thabhairt le fios go soiléir go bhfuil tuiscint ar an mbrí.

Páirtchreidiúint:

- * Léirítear tuiscint pháirteach sa fhreagra ar choincheapa agus/nó ar bhuntáistí, e.g.:
“Baineann an chéad cheann le huimhreacha aiceanta; baineann an dara ceann le réaduimhreacha”. (Gan trácht ar bith ar bhuntáiste)
“Is féidir rudaí scoite a chomhaireamh ach ní féidir rudaí leanúnacha a chomhaireamh”
- * Tuigtear na coinceapa ach tá siad iompaithe droim ar ais

Creidiúint iomlán:

- * Léirítear tuiscint mhaith sa fhreagra ar choincheapa agus ar bhuntáistí

(d) Scála 10B* (0, 7, [9], 10).

Páirtchreidiúint:

- * Aon ionadú i bhfoirmle.
- * Aon obair cheart ábhartha

Nóta: glactar leis an bhfreagra arna shlánú go dtí an tslánuimhir is gaire, nó go dtí ionad deachúlach amháin nó go dtí dhá ionad dheachúlacha. Taobh amuigh de sin, gearrtar an pionós maidir le slánú.

(e) Scála 5C* (0, 3, 4, [4], 5).

Páirtchreidiúint íseal:

* Aon chéad chéim réasúnta

Páirtchreidiúint ard:

* Réiteach mar aon le hearráid(i), ar feitheamh tiontú ábhartha ceart a chur san áireamh ó shéana go logartaim nó *vice versa*.

Nóta: glactar leis an bhfreagra arna shlánú go dtí ionad deachúlach amháin, go dtí dhá ionad dheachúlacha, nó go dtí trí ionad dheachúlacha. Taobh amuigh de sin, gearrtar an pionós maidir le slánú.

(f) Scála 5C* (0, 3, 4, [4], 10).

Páirtchreidiúint íseal:

* Aon chéad chéim réasúnta

Páirtchreidiúint mheánach:

Réiteach mar aon le hearráid(i), ar feitheamh tiontú ábhartha ceart a chur san áireamh ó shéana go logartaim nó *vice versa*.

Páirtchreidiúint ard:

* Réitítear le haghaidh h i gceart, nó beagnach i gceart, ach ansin fágtar an tiontú ina urláir ar lár nó baintear úsáid as meastachán lasmuigh den eatramh [2, 5]